

МЕТАМОДЕЛИРОВАНИЕ

Лекция №3

DesignXplorer

Перечень изучаемых вопросов :

- 1. Что такое DesignXplorer?*
- 2. Корреляционный анализ.*
- 3. Планирование экспериментов.*
- 4. Формирование поверхности отклика (метамоделирование).*
- 5. Оптимизация.*
- 6. Анализ шести сигм.*
- 7. Начало работы с DesignXplorer.*

DesignXplorer (FEA) (доступно самостоятельное обучение)

Беглый взгляд на курс

Ansys DesignXplorer — это приложение для оптимизации проектирования, которое работает в среде [Ansys Workbench](#) и включает в себя как традиционную, так и нетрадиционную оптимизацию с помощью целевого подхода.

Программное обеспечение Ansys DesignXplorer обеспечивает мгновенную обратную связь по всем предлагаемым изменениям конструкции, что значительно сокращает количество итераций проектирования и улучшает общий процесс проектирования. Простой в использовании графический интерфейс программы Ansys DesignXplorer основан на технологии Workbench. Графический пользовательский интерфейс позволяет пользователям рассматривать несколько конструкций, чтобы они могли быстрее и эффективнее создавать новые продукты в рамках существующих линеек продуктов или оптимизировать детали для новых условий эксплуатации.

Программное обеспечение Ansys DesignXplorer взаимодействует со всеми компонентами платформы Ansys Workbench и обеспечивает двунаправленную ассоциативность с ведущими пакетами САПР, такими как SolidWorks, Solid Edge, [Mechanical](#) Desktop, Inventor, Unigraphics и Pro/ENGINEER, что позволяет быстро вносить проектные изменения в проектную базу данных.

Студенты узнают об Ansys DesignXplorer из лекций и соответствующих руководств. После прохождения курса слушатели смогут использовать программное обеспечение Ansys DesignXplorer для изучения, количественной оценки и построения графиков различных структурных, тепловых и гидродинамических характеристик деталей и сборок.

Предпосылки

- Рекомендуется техническое образование и/или опыт работы в области оптимизации проектирования, но наличие диплома инженера не требуется.
- Этот курс предназначен для клиентов, у которых практически нет опыта работы с Ansys DesignXplorer.

Целевая аудитория

Инженеры и дизайнеры, которые хотят провести оптимизационное исследование своих процессов.

Метод обучения

Это курс для самостоятельного изучения с 10 модулями видео и семинаров.

- Модуль 01: Введение в DesignXplorer
- Семинар 1.1: Обзор DesignXplorer
- Семинар 1.2: Исследование «что, если»
- Модуль 02: Таблица расчетных точек
- Модуль 03: Корреляция параметров
- Семинар 3.1: Анализ корреляции параметров на балке
- Семинар 3.2: Корреляция параметров
- Модуль 04: Оптимизация поверхности отклика
- Модуль 05: Детали планирования экспериментов
- Семинар 5.1: Планирование экспериментов
- Модуль 06: Детали поверхности отклика
- Семинар 6.1: Метод разреженных сеток

- Модуль 07: Детали оптимизации поверхности отклика
- Семинар 7.1: Оптимизация граничных условий смесительного резервуара
- Семинар 7.2: Оптимизация поверхности отклика (опорный кронштейн)
- Семинар 7.3: Оптимизация поверхности отклика (цилиндрическая опора)
- Семинар 7.4: Оптимизация CFX (Аэродинамический профиль)
- Модуль 08: Детали прямой оптимизации
- Семинар 8.1: Прямая оптимизация
- Семинар 8.2: Прямая оптимизация (треугольник стального листа)
- Модуль 09: Анализ шести сигм
- Семинар 9.1: Анализ шести сигм
- Семинар 9.2: Запуск Workbench в пакетном режиме
- Модуль 10: Конструктор ПЗУ



©2022 ANSYS, Inc.
All Rights Reserved.
Unauthorized use, distribution
or duplication is prohibited.

DesignXplorer Optimization Tutorials



ANSYS, Inc.
Southpointe
2600 Ansys Drive
Canonsburg, PA 15317
ansysinfo@ansys.com
<http://www.ansys.com>
(T) 724-746-3304
(F) 724-514-9494

Release 2022 R2
July 2022

ANSYS, Inc. and
ANSYS Europe,
Ltd. are UL
registered ISO
9001:2015
companies.



©2022 ANSYS, Inc.
All Rights Reserved.
Unauthorized use, distribution
or duplication is prohibited.

DesignXplorer User's Guide



ANSYS, Inc.
Southpointe
2600 Ansys Drive
Canonsburg, PA 15317
ansysinfo@ansys.com
<http://www.ansys.com>
(T) 724-746-3304
(F) 724-514-9494

Release 2022 R2
July 2022

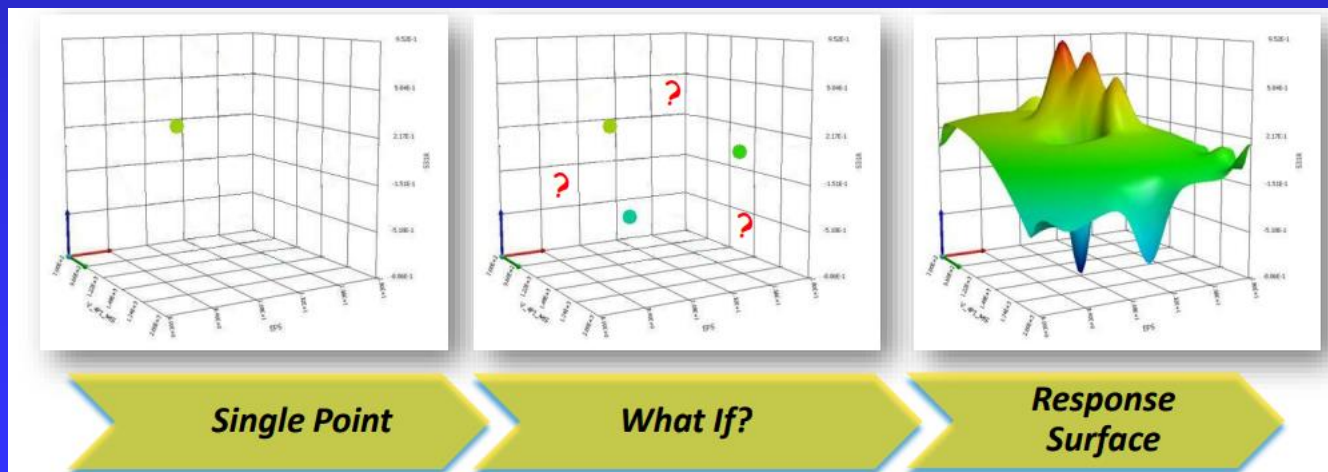
ANSYS, Inc. and
ANSYS Europe,
Ltd. are UL
registered ISO
9001:2015
companies.

Что такое DesignXplorer?

DesignXplorer это инструмент, использующий поверхности отклика и оптимизацию для эффективного исследования пространства решений.

DesignXplorer позволяет:

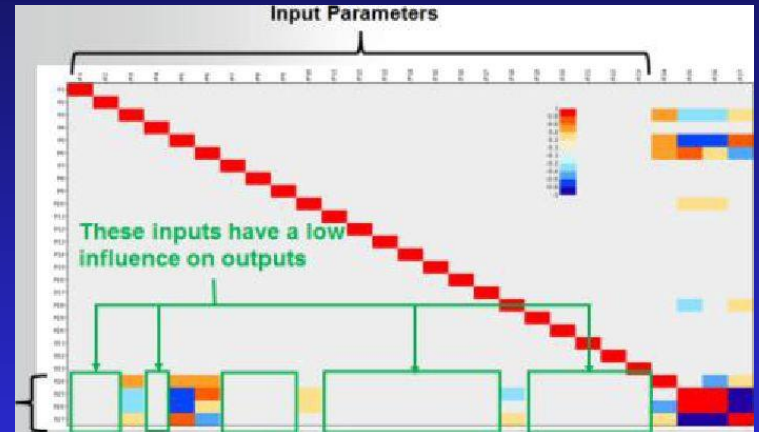
- определить ключевые параметры;
- исследовать особенности проекта и определить условия, обеспечивающие наилучшую эффективность.



Возможности DesignXplorer

Что, если (ручной поиск)

Корреляционный анализ



Планирование экспериментов

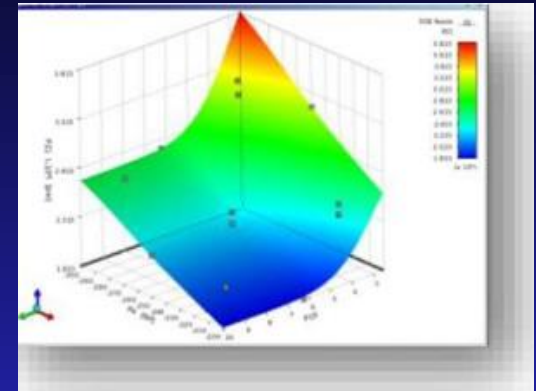


The screenshot shows the DesignXplorer software interface. On the left, there is a list of input parameters such as P1, P2, P3, etc. The main area displays a "Table of Results: PG design of 9 comments" with columns for parameter names, values, and output metrics. The table contains 14 rows of data, each representing an experimental run.

Run	Param 1	Param 2	Param 3	Param 4	Param 5	Param 6	Param 7	Param 8	Param 9	Param 10	Param 11	Param 12	Param 13	Param 14	Param 15	Param 16	Param 17	Param 18
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16

Возможности DesignXplorer

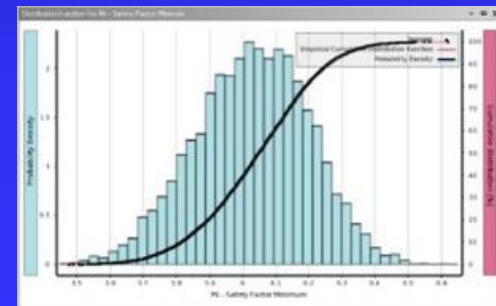
Формирование поверхности отклика
(метамоделирование)



Оптимизация

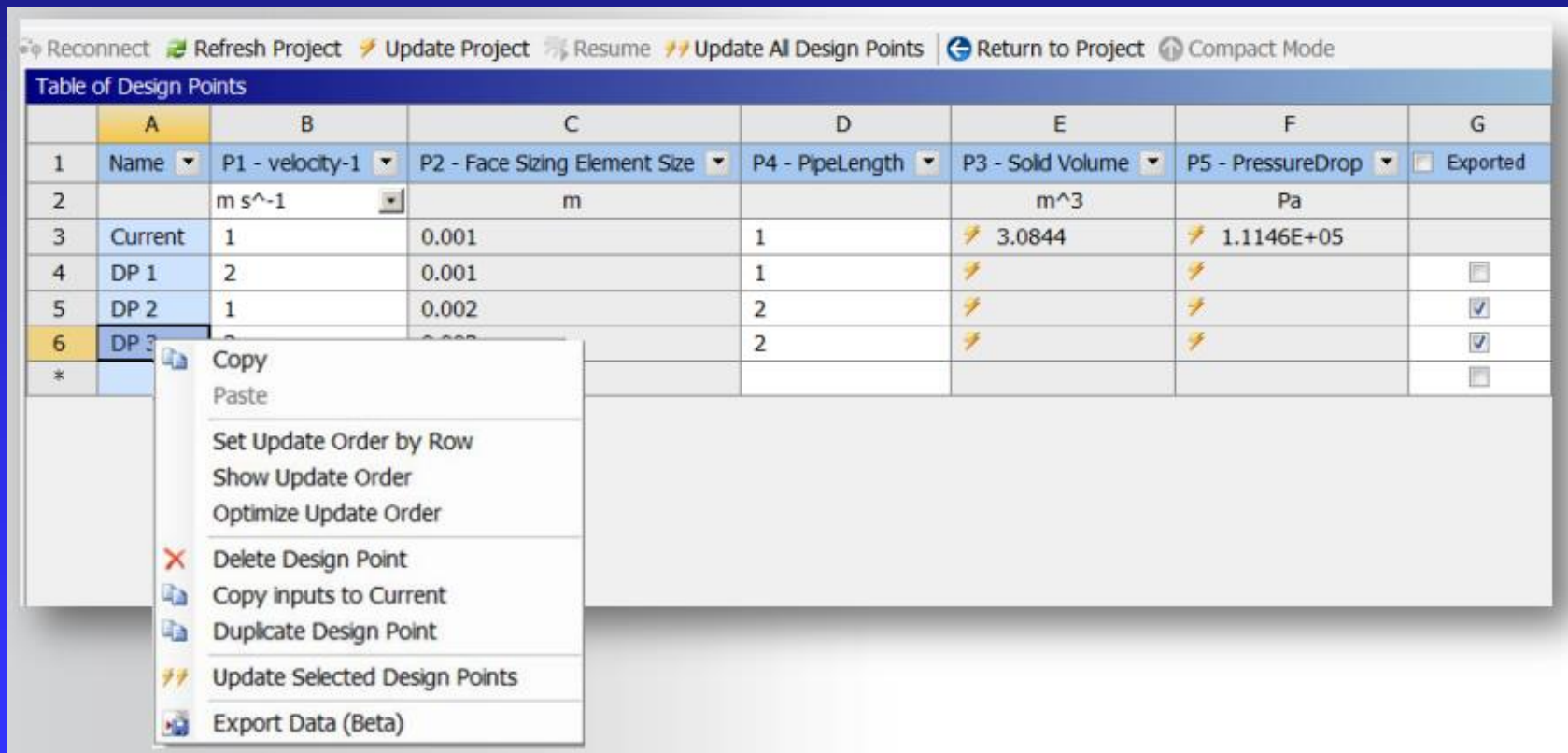
Reference	Name	Parameter Value	P8 - V8_D5 [mm]
— Initial Design —		X: 75.209	0.00 %
— Initial Design — (verified) (DP 0)		X: 80	0.00 %
Candidate Point 1		41.440	-45.15 %
Candidate Point 1 (verified)		41.632	-47.06 %
With Rounded Values		41.186	-46.52 %
With Rounded Values (verified)		41.373	-46.28 %

Анализ шести сигм



Что, если (ручной поиск)

Автоматически выполняется список заданных вручную проектных точек
[не требует лицензии DX]



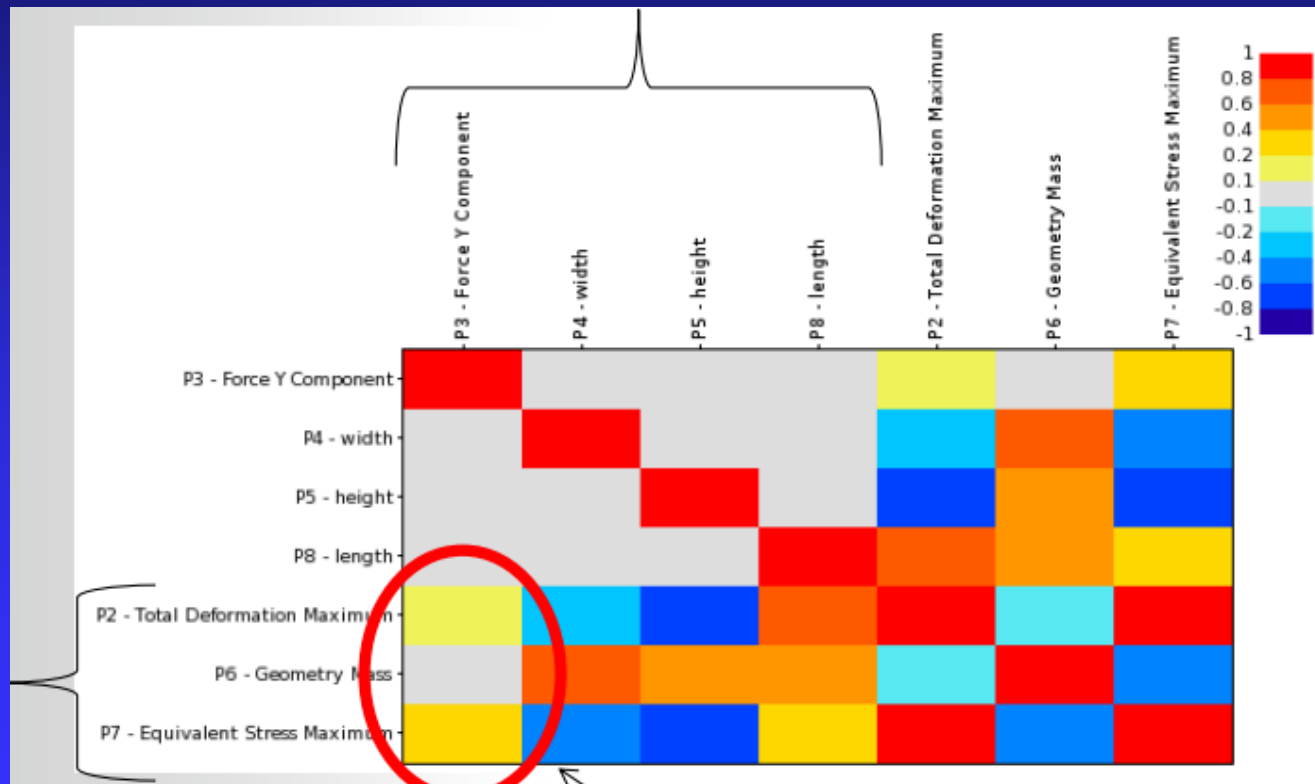
The screenshot shows a software interface with a 'Table of Design Points' at the top. The table has columns labeled A through G. Row 1 contains headers for Name, units, and various parameters. Row 2 shows units for each parameter. Row 3 shows the 'Current' values. Rows 4-6 show 'DP 1', 'DP 2', and 'DP 3' with their respective values and update status. A context menu is open over row 6, listing actions like Copy, Paste, Set Update Order, Delete Design Point, Copy inputs to Current, Duplicate Design Point, Update Selected Design Points, and Export Data (Beta).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Name	P1 - velocity-1	P2 - Face Sizing Element Size	P4 - PipeLength	P3 - Solid Volume	P5 - PressureDrop	Exported
2		m s ⁻¹	m		m ³	Pa	
3	Current	1	0.001	1	3.0844	1.1146E+05	
4	DP 1	2	0.001	1			
5	DP 2	1	0.002	2			
6	DP 3	2	0.002	2			
*							

Корреляционный анализ

Определяет, какие входные параметры оказывают наибольшее (и наименьшее) влияние на ваш проект.

ВХОДНЫЕ ПАРАМЕТРЫ



ВЫХОДНЫЕ
ПАРАМЕТРЫ

Корреляционный анализ

Коэффициент корреляции Пирсона

Определение

Коэффициент корреляции Пирсона характеризует существование линейной зависимости между двумя величинами.

Пусть даны две выборки $x^m = (x_1, \dots, x_m)$, $y^m = (y_1, \dots, y_m)$; коэффициент корреляции Пирсона рассчитывается по формуле:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sqrt{s_x^2 s_y^2}}$$

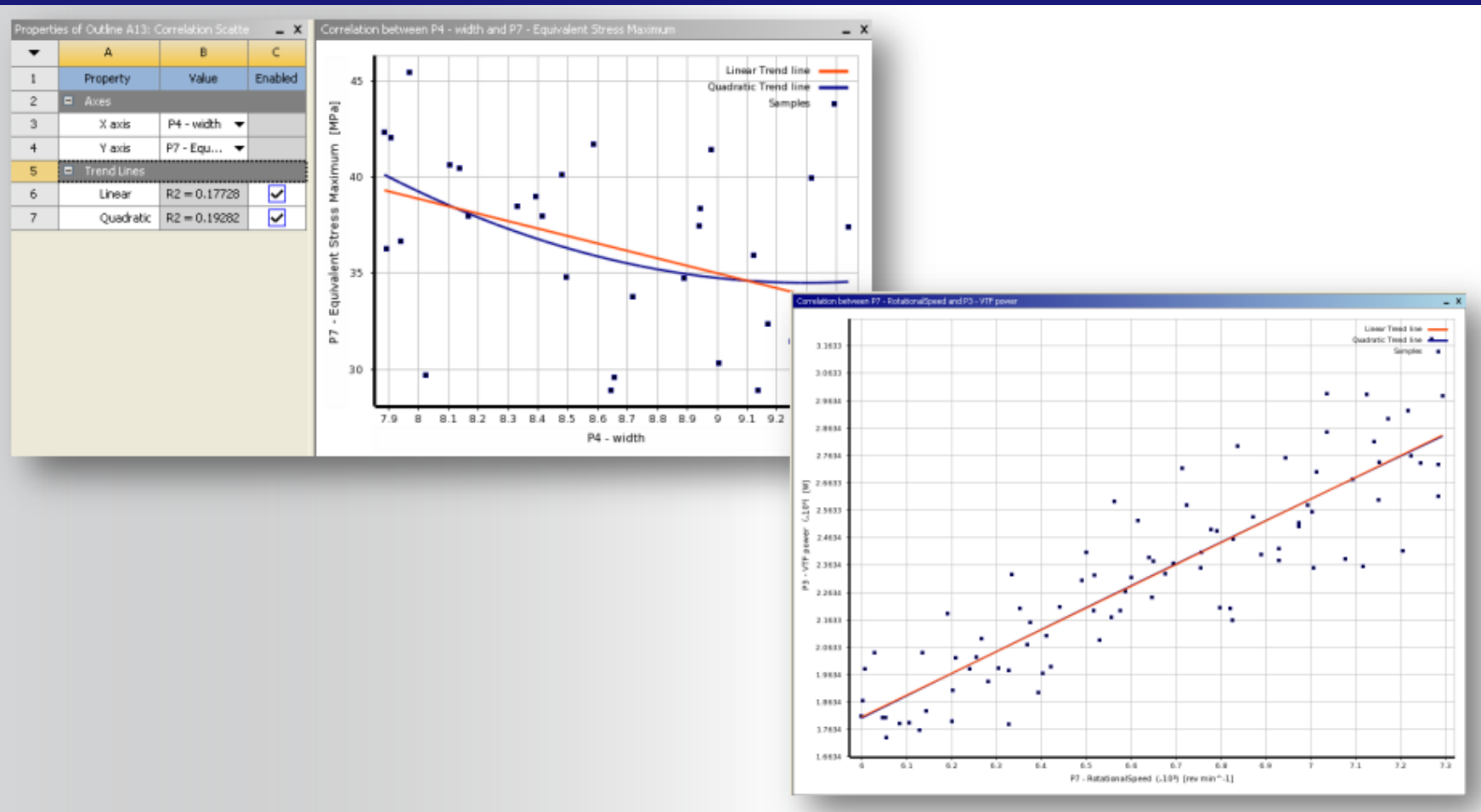
где \bar{x}, \bar{y} – выборочные средние x^m и y^m , s_x^2, s_y^2 – выборочные дисперсии, $r_{xy} \in [-1, 1]$.

Коэффициент корреляции Пирсона называют также теснотой линейной связи:

- $|r_{xy}| = 1 \Rightarrow x, y$ линейно зависимы,
- $r_{xy} = 0 \Rightarrow x, y$ линейно независимы.

Корреляционный анализ

Определяет, в какой степени зависимость является линейной или квадратичной.



Планирование экспериментов

Планирование эксперимента (Design of Experiments - DOE) – методика, используемая для определения расположения точек проектирования. Основная цель планирования эксперимента – задание точек наиболее эффективным образом для получения информации при наименьшем числе вычислений, а также повышения точности метамоделей.

При использовании модуля ANSYS Design Exploration доступны следующие планы проведения эксперимента:

- Central Composite Design (CCD);
- Box-Behnken Design;
- Sparse Grid Initialization;
- Latin Hypercube Sampling Design (LHS);
- Optimal Space-Filling Design (OSF).

Central Composite Design (CCD)

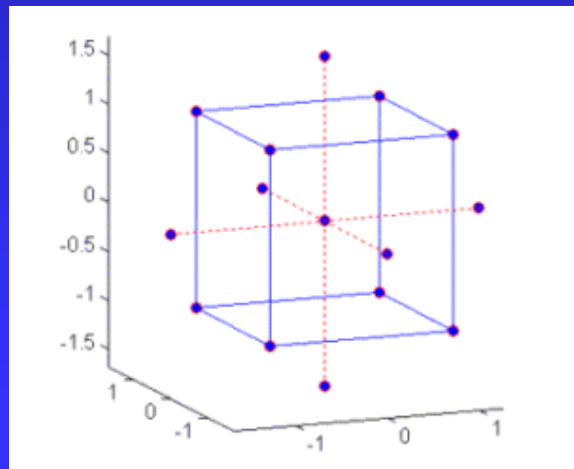
Центральный композиционный план является пятиуровневым дробным факторным планом. Он наиболее эффективен, если метамоделю представляет собой поверхность второго порядка.

Факторами в данном случае являются управляемые параметры модели. Значения, принимаемые каждым фактором, называются уровнями. Существуют три наиболее часто используемых модификации данного метода: описанный (circumscribed), вписанный (inscribed), а также центральный композиционный план с центрами на гранях (face-centered).

Значения, кодируемые пятью уровнями для каждого фактора, представляются в виде $[-\alpha, -1, 0, +1, +\alpha]$, где уровни $[-1, +1]$ соответствуют верхней и нижней границе области допустимых значений, а уровни $[-\alpha, +\alpha]$ устанавливают новые пределы для управляемых параметров. Значение переменных α зависят от типа исследуемой модели, а также числа факторов.

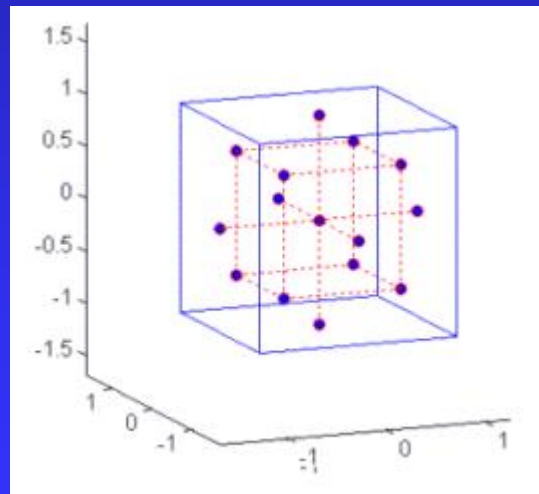
Circumscribed CCD

Этот план проведения эксперимента является первоначальной версией центрального композиционного плана. План используется для генерации данных, необходимых при построении высокоточной метамоделли. Значение переменной α всегда принимается большим единицы, таким образом некоторые значения управляемых параметров выходят из области допустимых значений. Необходимо убедиться в возможности проведения эксперимента для каждого входного параметра на уровнях $[-\alpha, +\alpha]$. Геометрическое представление плана для трех управляемых параметров дано на рисунке:



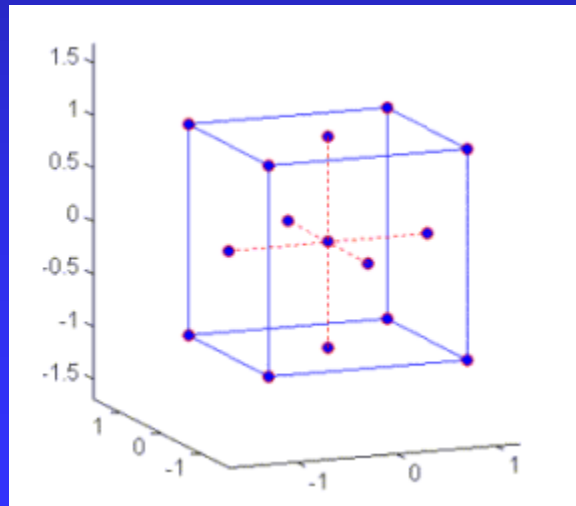
Inscribed CCD

В отличие от первоначальной версии плана, уровни $[-1, +1]$ используются как минимальные и максимальные значения управляемых параметров. Подобное изменение влияет на качество создаваемой метамоделли вблизи границ области допустимых значений. Таким образом, использование данного плана обеспечивает высокую точность модели только для центральной области допустимых значений входных параметров. Геометрическое представление плана для трех входных параметров дано на рисунке:



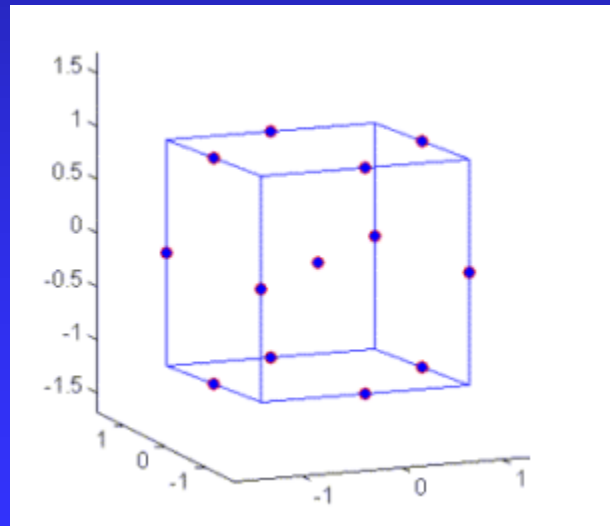
Face-centered CCD

Данный план является частным случаем центрального композиционного плана, для которого значение переменной α принимается всегда равным единице. Таким образом, точки проектирования задаются в центре граней, формируемых любыми двумя факторами. Для данного плана проведения эксперимента не требуется задание точек проектирования вне области допустимых значений управляемых параметров. Центральный композиционный план с центрами на гранях, по сравнению с Inscribed CCD, обеспечивает сравнительно высокое качество метамодели для всей области допустимых значений факторов.



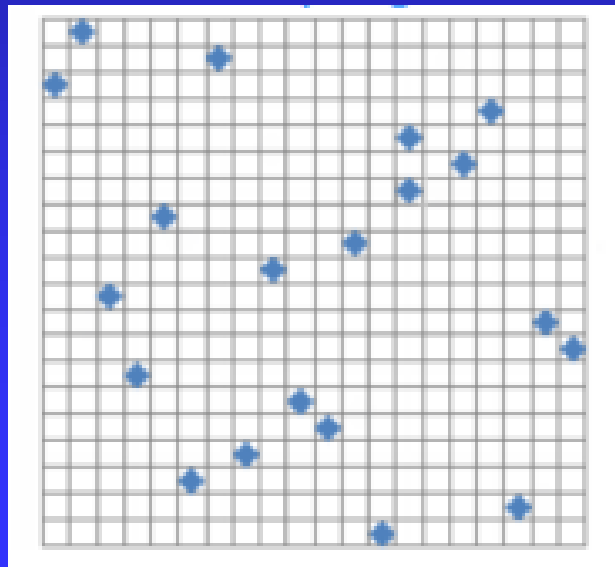
Box-Behnken Design

В отличие от центрального композиционного плана, план Бокса-Бенкена не содержит в себе вложенного факторного или дробного факторного плана. План является трёхуровневым, это означает, что каждый фактор представлен тремя уровнями $[-1, 0, +1]$. Уровни $[-1, +1]$ используются как минимальные и максимальные значения управляемых параметров. Точки проектирования задаются таким образом, чтобы они располагались в центре ребер, формируемых любыми двумя факторами. При равной точности метамодели план Бокса-Бенкена - наиболее эффективен, по сравнению с центральным композиционным планом в тех случаях, когда используется не более трёх-четырёх факторов. В таком случае множество точек проектирования задается меньшим числом комбинаций уровней управляемых параметров. Однако также как и при использовании плана Inscribed CCD, качество создаваемой метамодели вблизи границ области допустимых значений остаётся низким. Отсутствие вложенного факторного плана позволяет избежать потери данных, если для исследуемой модели существуют физические ограничения, не позволяющие проводить эксперименты для точек проектирования, полученных комбинацией максимального и минимального значения каждого управляемого параметра.



Latin Hypercube Sampling Design (LHS)

Latin Hypercube Sampling Design – план проведения эксперимента, при котором точки проектирования создаются при помощи LHS алгоритма, который представляет собой усовершенствованную версию алгоритма Монте-Карло, исключающую образование скоплений точек. Данный план подразумевает создание точек проектирования случайным образом на квадратной сетке, расположенной в области допустимых значений. Число рядов и столбцов сетки соответствует числу управляемых параметров. Две точки проектирования не могут иметь одинаковых значений (исключается создание нескольких точек в одном ряду или столбце). Основным недостатком данного плана является то, что он не гарантирует создание точек на границах области допустимых значений, таким образом, задание малого числа точек проектирования способно отразиться на качестве метамоделли.



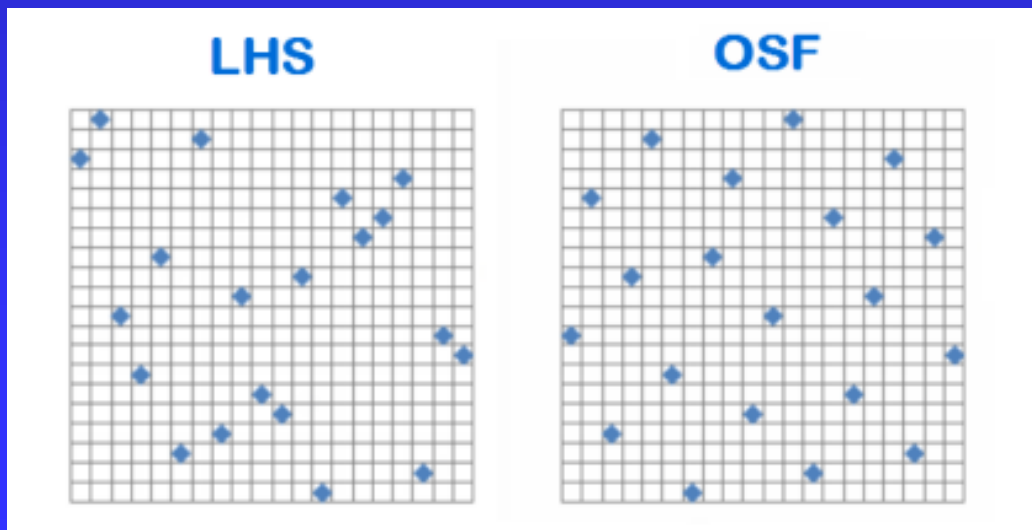
Optimal Space-Filling Design (OSF)

Данный план подразумевает создание максимально удаленных друг от друга точек, таким образом достигается однородное распределение точек проектирования во всей области допустимых значений. План OSF является расширенной версией плана LHS.

Рассматриваемый план инициализируется как LHS, после проверки на отсутствие нескольких точек в одном ряду или столбце сетки, производится максимизация расстояния между точками с целью получения наиболее однородного распределения.

Данный план позволяет получить максимум информации для построения метамодели, используя при этом минимальное число точек. Optimal Space-Filling Design наиболее эффективен при применении сложных методов регрессионного анализа, использующих сравнительно большое число точек проектирования, например, метод Kriging, нейронные сети или метод непараметрической регрессии.

План OSF также имеет недостатки плана LHS. Не существует гарантий того, что точки проектирования будут созданы на границах области допустимых значений. Несмотря на это, задание достаточного числа точек позволяет построить высокоточную метамодель.



Sparse Grid Initialization

Sparse Grid Initialization – план проведения эксперимента, необходимый для осуществления интерполяции методом Sparse Grid. Алгоритм создания точек проектирования является адаптивным, позволяет строить метамоделю с указанной точностью. Задание новых точек происходит в тех областях, где относительная погрешность для выходных параметров наиболее высока.

Главным достоинством плана является то, что задание точек проектирования происходит только в тех областях, где это необходимо. Высокое качество метамоделю достигается при сравнительно меньшем числе точек. План Sparse Grid также возможно использовать совместно с другими методами построения метамоделю.

Формирование поверхности отклика (метамоделирование)

Для построения метамодел при использовании модуля ANSYS Design Exploration доступны следующие алгоритмы:

- Full 2nd-Order Polynomial;
- Kriging;
- Non-Parametric Regression;
- Neural Network;
- Sparse Grid.

Формирование поверхности отклика (метамоделирование)

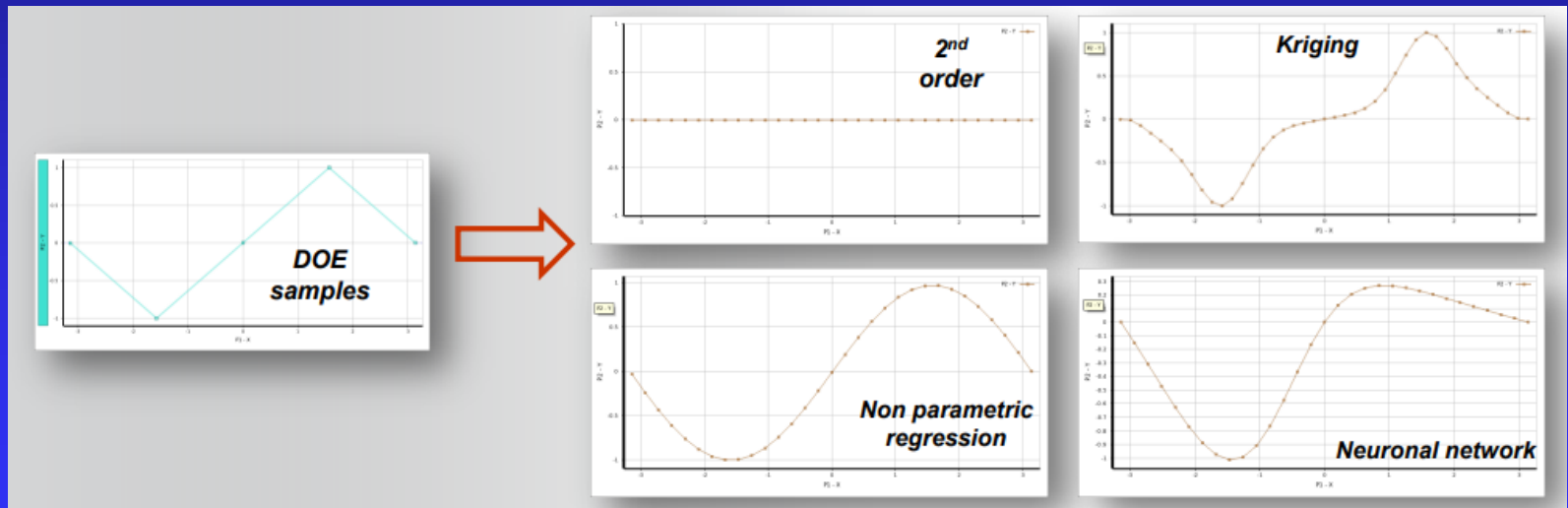
Для построения метамодели при использовании модуля ANSYS Design Exploration доступны следующие алгоритмы:

- Genetic Aggregation Response Surface;
- Full 2nd-Order Polynomial;
- Kriging;
- Non-Parametric Regression;
- Neural Network;
- Sparse Grid.

Формирование поверхности отклика (метамоделирование)

Поверхности отклика обеспечивают приближенные значения выходных параметров во всем анализируемом пространстве проекта без необходимости выполнения полного решения.

Описанные здесь поверхности отклика подходят для задач, использующих до 10-15 входных параметров.



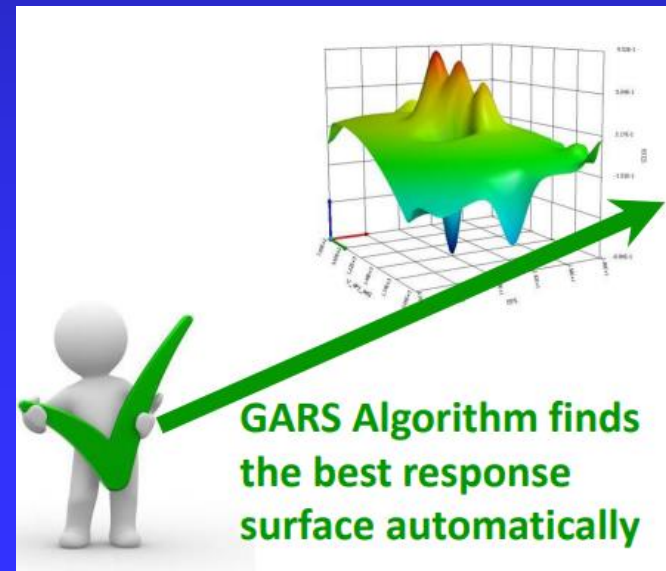
Genetic Aggregation Response Surface

Генетическая агрегация — это алгоритм по умолчанию для создания поверхностей отклика. Он автоматизирует процесс выбора, настройки и создания типа поверхности отклика, наиболее подходящего для каждого выходного параметра вашей задачи. Из различных доступных типов поверхности отклика (полные полиномы 2-го порядка, непараметрическая регрессия, кригинг и т.д.) генетическая агрегация автоматически строит тип поверхности отклика, который является наиболее подходящим.

Генетическая агрегация занимает больше времени, чем классические поверхности отклика, такие как полный полином 2-го порядка, непараметрическая регрессия или кригинг, из-за многократного нахождения поверхностей отклика и процесса перекрестной проверки. В целом генетическая агрегация более надежна, чем классические модели поверхности отклика.

Как работает генетическая агрегация Для выбора наилучшей поверхности отклика генетическая агрегация использует генетический алгоритм, который создает популяции различных поверхностей отклика, которые находятся параллельно.

Поверхность отклика генетической агрегации может быть одной поверхностью отклика или комбинацией нескольких различных поверхностей отклика.

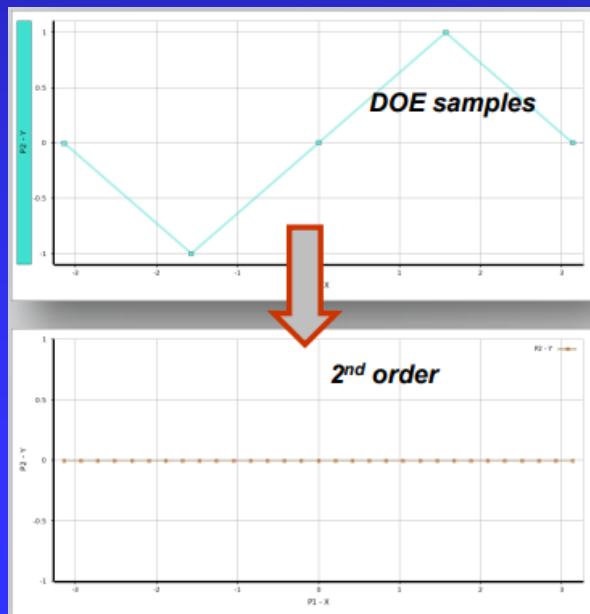


Full 2nd-Order Polynomial

Full 2nd-Order Polynomial – стандартный алгоритм построения метамоделей, выбираемый системой по умолчанию. Как правило, регрессионная модель, полученная данным алгоритмом, является достаточно грубой аппроксимацией отношения между входными и выходными параметрами и лишь в некоторых случаях способна отразить точную взаимосвязь. Поэтому в ANSYS используются следующие модификации стандартного алгоритма.

Forward-Stepwise-Regression. Алгоритм основан на том, что отдельные члены регрессии итерационно добавляются к регрессионной модели, если будет установлено, что их добавление приведет к значительному улучшению результатов регрессии.

Точность аппроксимации может быть значительно повышена при использовании функции преобразования. Если полученная метамоделю не удовлетворяет требованиям точности, можно выбрать преобразование Вох-Сох.



Обеспечивает удовлетворительные результаты при мягком/плавном изменении выходных параметров.

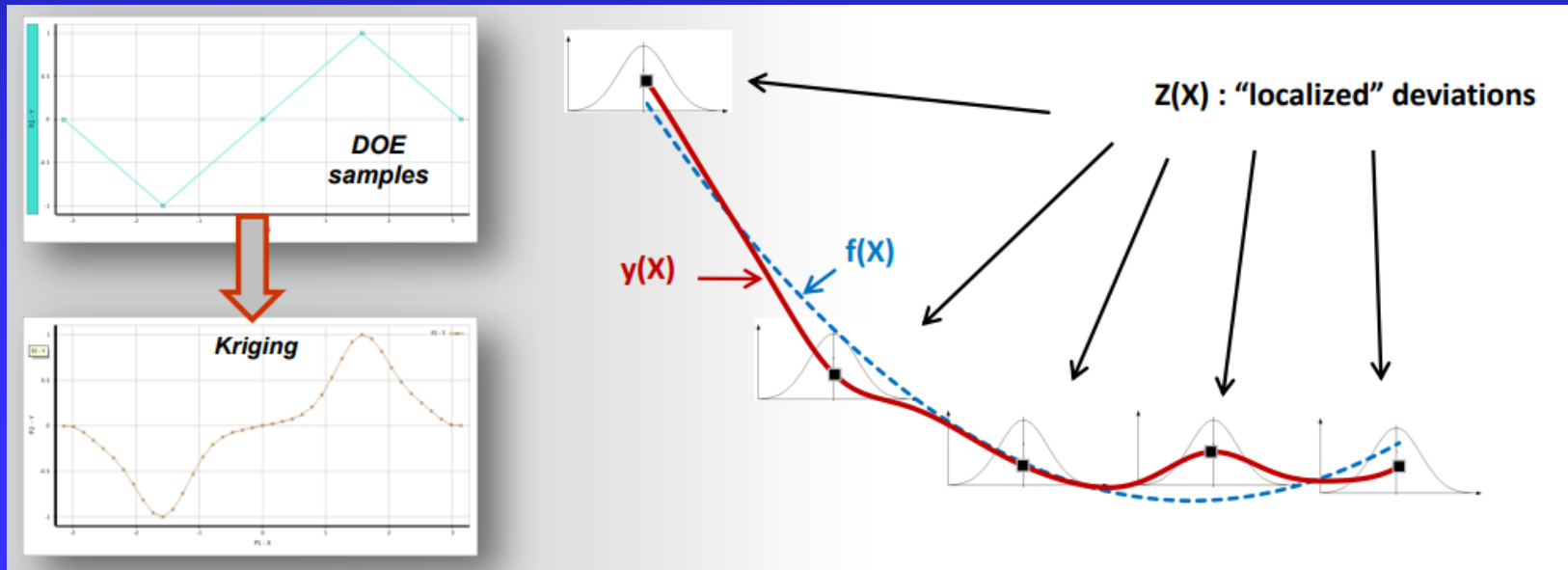
Kriging

Kriging – алгоритм построения метамодели, обеспечивающий лучшее качество аппроксимации при значительной вариации значений выходных параметров.

Алгоритм позволяет производить точную многомерную интерполяцию, совмещая при этом полиномиальную модель, которая используется как «глобальная» модель, и локальные отклонения, заданные так, чтобы максимально точно описать положение точек проектирования.

Выход = f (входы) + Z (входы), где f — полином второго порядка (который диктует «глобальное» поведение модели), а Z — член возмущения (который диктует «локальное» поведение модели)

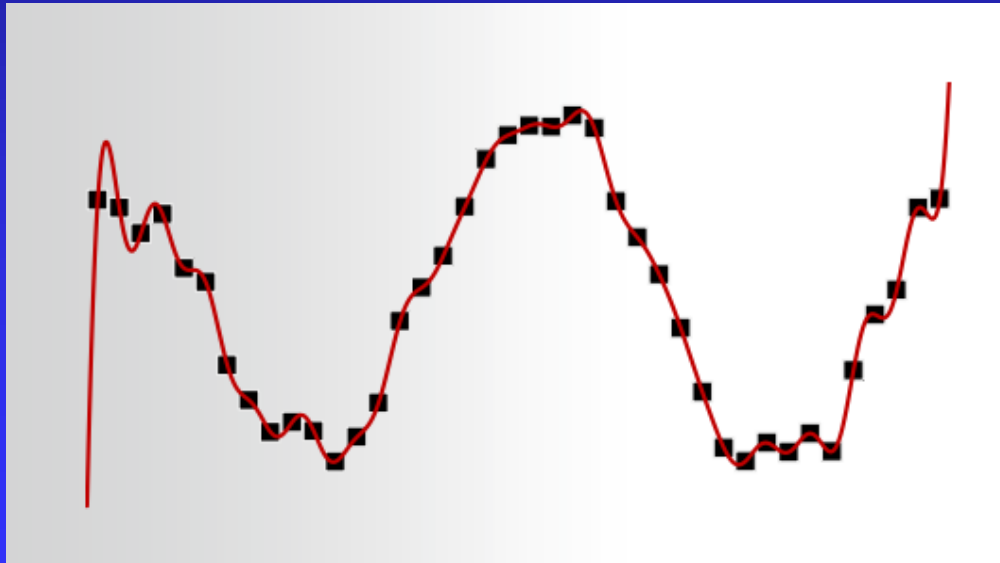
Поскольку кригинг аппроксимирует поверхность отклика во всех расчетных точках, показатели качества подгонки всегда будут хорошими.



Kriging

Дает лучшие результаты, чем стандартная поверхность отклика, когда изменения выходных параметров более нелинейные (например, EMAG).

- Не используйте, когда результаты зашумлены.
- Кригинг интерполирует расчетные точки, но на поверхности отклика появляются колебания.



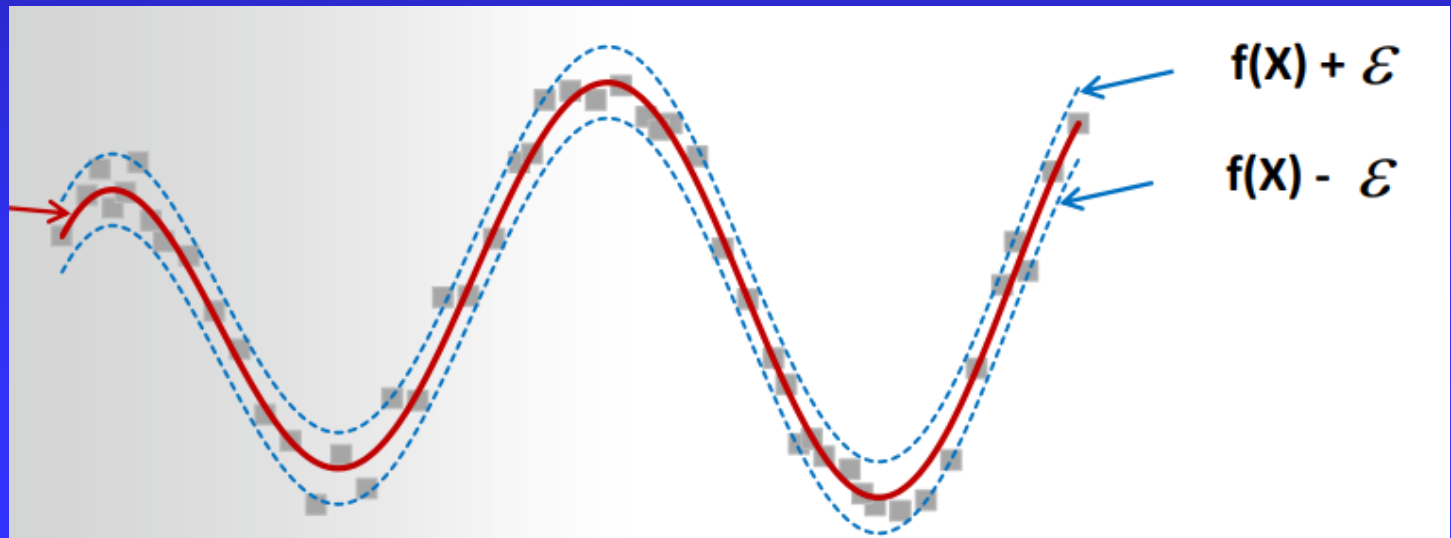
Non-Parametric Regression

Непараметрическая регрессия относится к классу методов типа метода опорных векторов (Support Vector Method - SVM). Это набор схожих между собой алгоритмов, применяющихся в задачах классификации.

Метод может быть использован совместно с любым алгоритмом генерации точек. Данный алгоритм используется для аппроксимаций сравнительно сложного нелинейного поведения выходных параметров. Внутренние параметры метода формирования метамоделей фиксированы и не могут быть оптимизированы для конкретного случая.

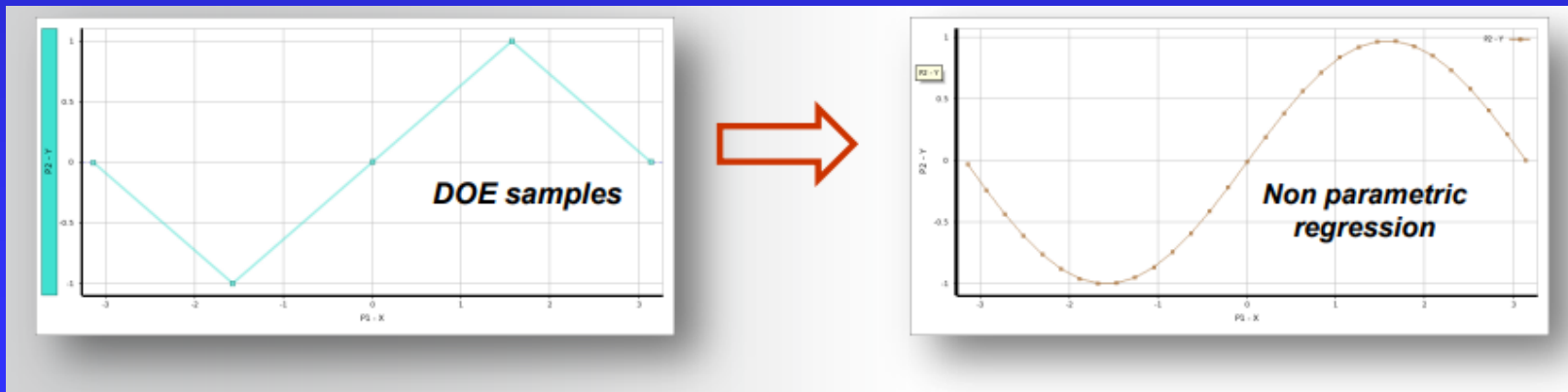
Основная идея состоит в том, что эpsilon допуск создает узкую оболочку вокруг истинной выходной поверхности, и все или большинство точек выборки должны лежать внутри этой оболочки.

$f(X)$:
поверхность
отклика с
запасом
допуска



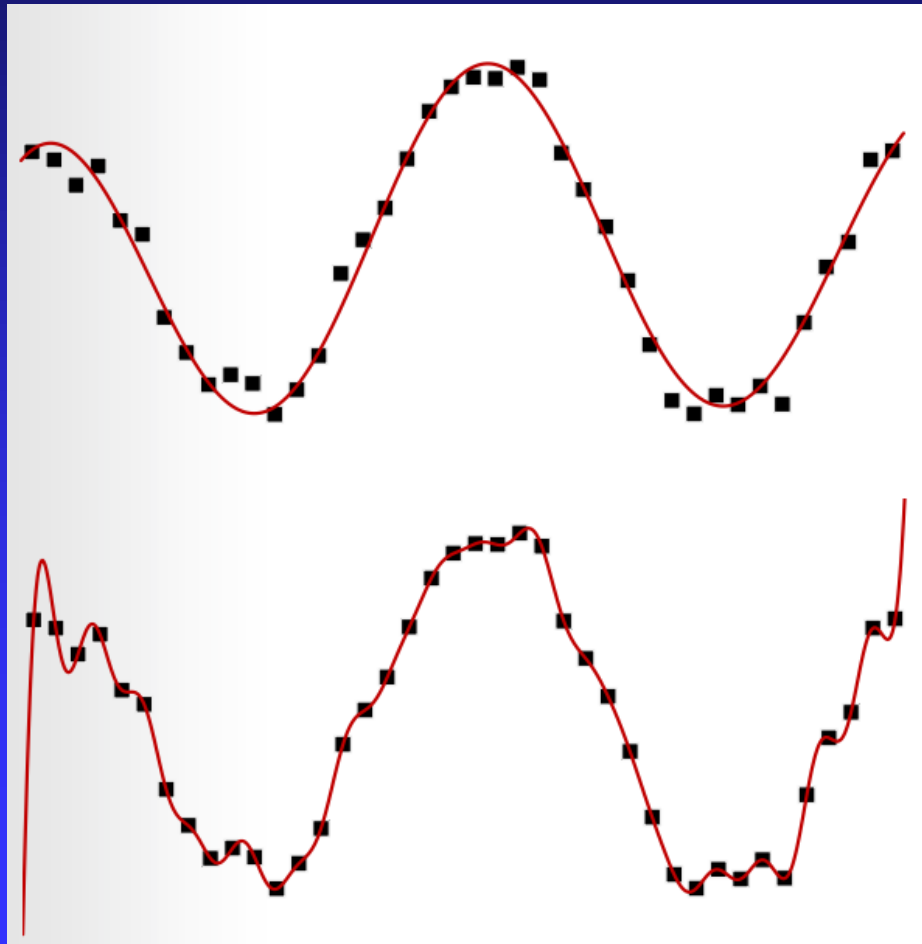
Non-Parametric Regression

- Подходит для нелинейных откликов.
- Используйте, когда результаты зашумлены (обсуждается на следующем слайде).
- Обычно медленно вычисляется.
- Рекомендуется использовать только в том случае, если качества других моделей поверхности отклика неудовлетворительны.



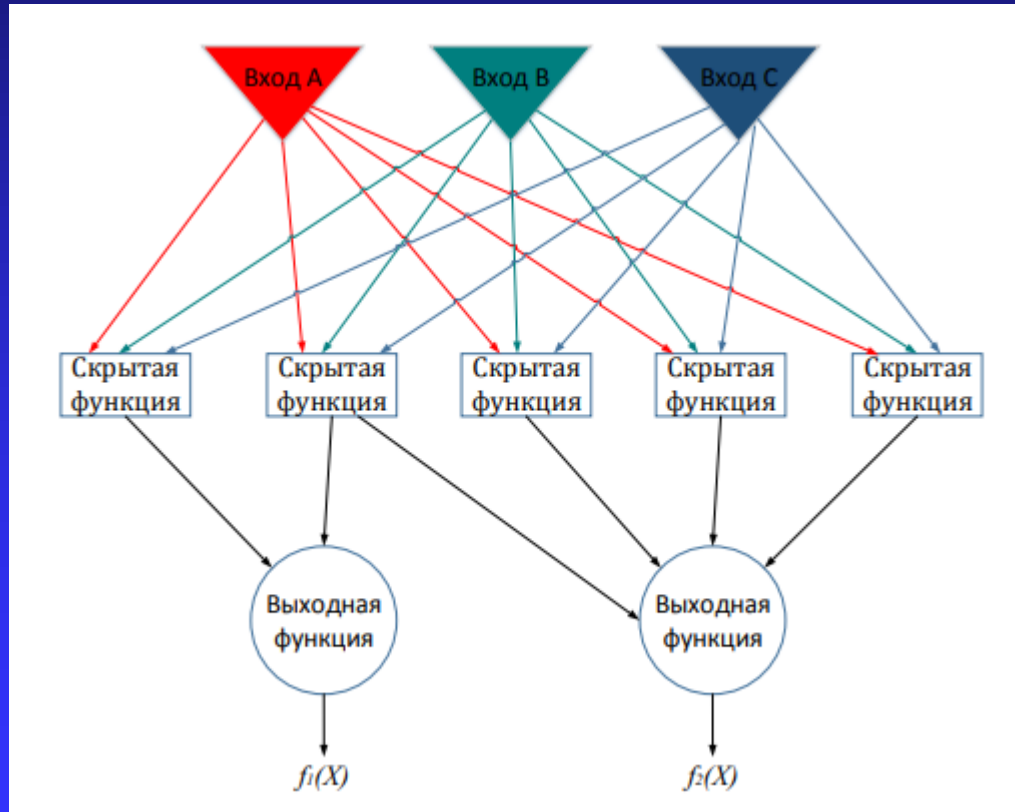
NPR vs Kriging

При использовании кригинга на поверхности отклика появляются колебания.



Neural Network

Для построения данной регрессионной модели используется двухслойный персептрон. Схема организации нейронной сети представлена на рисунке.



Neural Network

Все компоненты вектора управляемых параметров передаются на нейроны скрытого слоя нейронной сети. Каждому выходу нейрона скрытого слоя, представляющего функцию , сопоставлен весовой коэффициент. Таким образом, итоговую функцию можно представить в виде

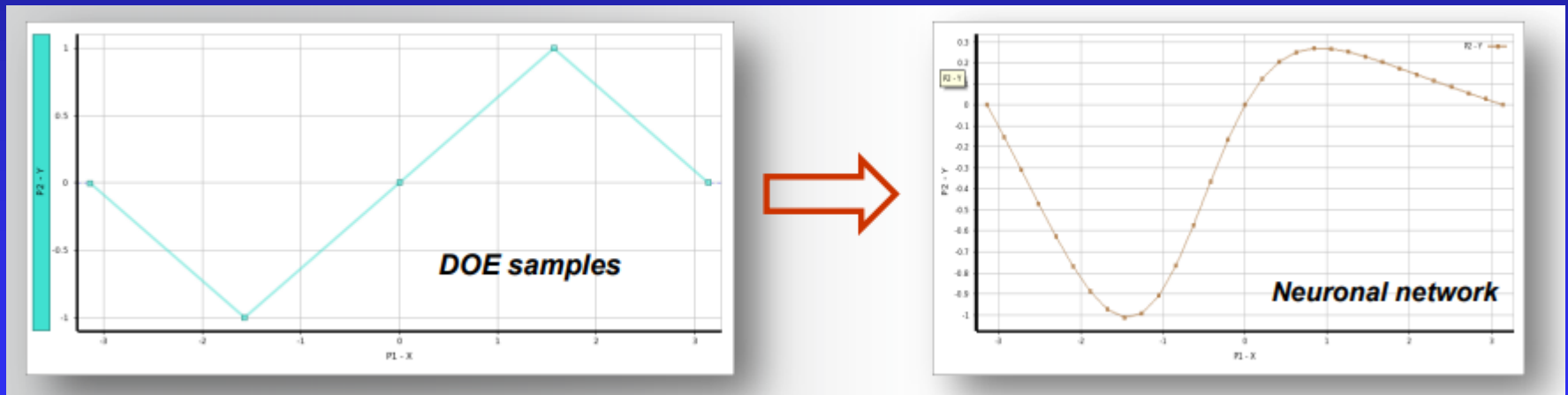
$$f_k(X) = K\left(\sum w_{jk} \cdot g_j(X)\right),$$

где – K – сигмоидальная функция типа гиперболического тангенса.

Процесс обучения заключается в нахождении значений весовых коэффициентов , правильный подбор которых позволяет минимизировать погрешность между ожидаемыми и известными значениями выходных параметров.

Neural Network

- Успешен с очень нелинейными откликами.
- Контроль над алгоритмом очень ограничен.
- Используйте только в редких случаях.



Sparse Grid

Метод Sparse Grid использует адаптивный алгоритм построения метамоделей. Уточнение решения производится автоматически. Алгоритм определяет, какие области метамоделей имеют большую погрешность. В результате точки уточнения метамоделей задаются в тех областях, где это необходимо. Таким образом, становится возможным быстрее получить решение с необходимой точностью, уменьшить число точек для проведения расчетов и снизить общие вычислительные затраты.

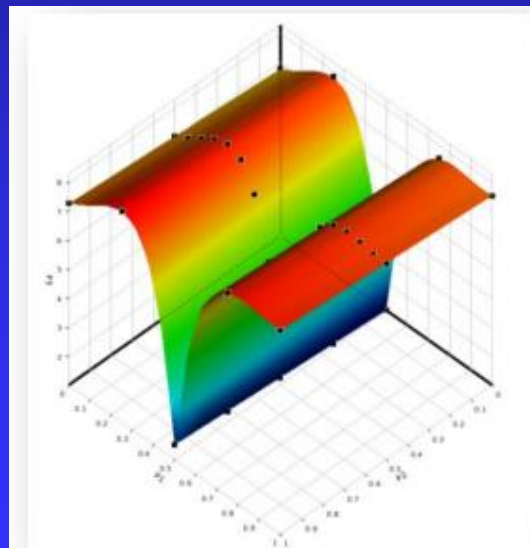
Алгоритм используется совместно с методом генерации точек для первоначальных вычислений Sparse Grid Initialization. На каждом этапе работы алгоритма создается число точек согласно уровню сетки: нулевой уровень предполагает вычисление значений выходных параметров для текущих значений управляемых параметров, первый уровень позволяет создать по две точки для каждого входного параметра. Генерация новых уровней сетки выполняется на основании заданного критерия оценки качества метамоделей. Остановка итерационного процесса происходит в следующих случаях:

- Метамодель удовлетворяет заданным требованиям к точности.
- Создано максимально возможное число точек уточнения метамоделей.
- Построено максимальное число уровней сетки.

Точность метамоделей определяется максимальной относительной погрешностью, вычисляемой для каждого значения выходного параметра. Погрешность рассчитывается на каждой итерации как разница между ожидаемым и действительным значением.

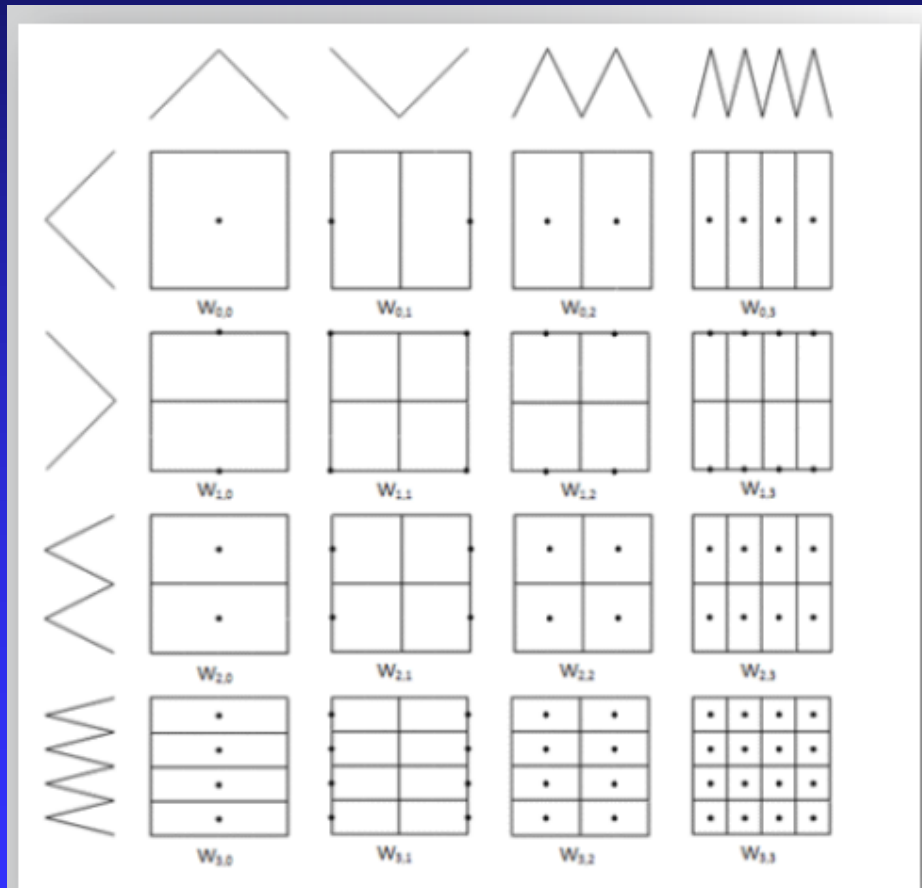
Sparse Grid

- Адаптивная поверхность отклика (автоматически уточняется).
- Обычно требуется больше прогонов, чем для других поверхностей отклика.
- Требуется DOE «Инициализация разреженной сети» в качестве отправной точки.
- Уточняется только в необходимых направлениях, поэтому требуется меньше расчетных точек для того же качества поверхности отклика.



Sparse Grid

- Максимальная глубина — максимальное количество уровней иерархической интерполяции для вычисления в каждом направлении.



Резюме

- *Стандартный полином 2-го порядка*

- Действует, когда изменение выходного сигнала является плавным по отношению к входным параметрам.

- *Кригинг* – эффективен в большом количестве случаев.

- Подходит для сильно нелинейных откликов.

- НЕ используйте, если результаты зашумлены.

- Всегда используйте контрольные точки для проверки соответствия.

- *Непараметрическая регрессия*

- Подходит для нелинейных ответов. Используйте, когда результаты зашумлены. **Обычно медленно вычисляются.**

- *Нейронная сеть*

- Подходит для сильно нелинейных откликов. Используйте, когда результаты зашумлены.

- Контроль над алгоритмом очень ограничен.

- *Разреженная сетка*

- Подходит для исследований, содержащих разрывы.

- Используйте, **когда решение быстро.**

Оценка качества метамоделли

Для оценки качества метамоделли вычисляются значения коэффициентов, позволяющих определить степень несоответствия между метамоделлю и реальным источником данных.

Введем следующие обозначения:

- y_i – значение выходного параметра в i -ой пробной точке;
- \hat{y}_i – значение регрессионной модели в i -ой пробной точке;
- \bar{y} – среднее арифметическое значений y_i ;
- σ_y – среднеквадратичное отклонение значений y_i ;
- N – число точек проектирования;
- P – число полиномиальных членов для квадратичной метамоделли (число факторов).

Оценка качества метамоделли

Коэффициент детерминации – это доля дисперсии выходных параметров, объясняемая рассматриваемой регрессионной моделью. Более точно – это единица минус доля необъяснённой дисперсии (возникающей из-за погрешности полученной метамоделли) в дисперсии выходных параметров:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y}_i)^2}.$$

Скорректированный коэффициент детерминации применяется для сравнения моделей с разным числом факторов так, чтобы их число не влияло на статистику. Данный коэффициент является предпочтительным критерием оценки при небольшом числе точек (до 30).

Математически коэффициент определяется выражением

$$R^2 = 1 - \frac{N-1}{N-P-1} \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}.$$

Оценка качества метамодел

Maximum Relative Residual – максимальный относительный остаток.

При значениях выходных параметров близких к нулю, возможно получение ошибочной оценки. Математически коэффициент определяется формулой:

$$\max_{i=1:N} \left(\text{abs} \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{\bar{y}} \right) \right).$$

Среднеквадратическое отклонение вычисляется как квадратный корень из среднего значения квадрата разности между действительными и предполагаемыми значениями выходных параметров. При значениях критерия близких к нулю достигается наилучшее качество метамодел. Математически критерий определяется выражением:

$$\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}.$$

Оценка качества метамоделли

Относительное среднеквадратическое отклонение вычисляется как квадратный корень из среднего значения квадрата нормированной разности между действительными и предполагаемыми значениями:

$$\max_{i=1:N} \left(\text{abs} \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{\bar{y}} \right) \right).$$

Среднеквадратическое отклонение вычисляется как квадратный корень из среднего значения квадрата разности между действительными и предполагаемыми значениями выходных параметров. При значениях критерия близких к нулю достигается наилучшее качество метамоделли. Математически критерий определяется выражением:

$$\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right)^2}.$$

Оценка качества метамоделли

Максимальная нормированная абсолютная погрешность – максимальная разность между действительным и предполагаемым значением выходных параметров, нормированная значением среднеквадратического отклонения:

$$\frac{1}{\sigma_y} \max_{i=1:N} (\text{abs}(y_i - \hat{y}_i)).$$

Средняя нормированная абсолютная погрешность – среднее значение суммы разностей между действительным и предполагаемым значением выходных параметров, нормированное значением среднеквадратического отклонения:

$$\frac{1}{\sigma_y} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{abs}(y_i - \hat{y}_i).$$

Оценка качества метамодел

Данные критерии оценки качества не являются надежными показателями при оценке качества метамодел, построенной с помощью алгоритма Kriging или Sparse Grid. В таком случае метамодел проходит через все точки, для которых известны значения критериев оптимальности. В результате оценка качества всегда приближена к максимальной. Для адекватной оценки Kriging или Sparse Grid метамодел используется множество проверочных точек. Если погрешность вычислений в проверочных точках меньше прогнозируемой относительной погрешности, возможно их использование в качестве точек уточнения.

Оптимизация

DesignXplorer использует следующие алгоритмы оптимизации.

Скрининг: выборка наилучших значений случайным образом из пространства решений. Используйте этот алгоритм как начальную версию решения, чтобы убедиться, что все настроено правильно.

Многоцелевой генетический алгоритм (MOGA): одновременно находит оптимальные по Парето наборы параметров. Используйте этот алгоритм, когда есть несколько целей.

Нелинейное программирование квадратичным лагранжианом (NLRQL): быстрый локальный поиск. Используйте его, когда есть только одна цель (но можно установить другие цели как ограничения), моделирование не занимает слишком много времени, количество переменных мало (меньше 10).

Оптимизация

Последовательное квадратичное программирование со смешанными целыми числами (MISQP): аналогично NLPQL, но допускает целочисленные переменные. Обратите внимание, что добавление целочисленных переменных часто значительно увеличивает время вычислений.

Адаптивная одноцелевая оптимизация (ASO): алгоритм использует оптимальное заполнение пространства для DOE, Kriging в качестве поверхности отклика и MISQP для нахождения локальных оптимальных решений по поверхности отклика. Используйте, когда оценка цели/констант является дорогой и ограничен бюджет/время для оптимизации.

Адаптивная многоцелевая оптимизация (AMO): аналогично ASO, в ней используются Kriging и MOGA.

Оптимизация

DesignXplorer предлагает два разных типа систем целевой оптимизации: оптимизация поверхности отклика и прямая оптимизация.

- Система оптимизации поверхности отклика получает информацию из собственной ячейки поверхности отклика и поэтому зависит от качества поверхности отклика. Доступными методами оптимизации являются Screening, MOGA, NLPQL и MISQP, все из которых используют оценки поверхности отклика, а не реальные решения.
- Система прямой оптимизации имеет только одну ячейку, в которой используются реальные решения, а не оценки поверхности отклика. Доступные методы оптимизации: скрининг, NLPQL, MISQP, адаптивный одноцелевой и адаптивный многоцелевой.

Скрининг

Неитерационный метод прямой выборки с помощью генератора квазислучайных чисел.

Генерирует большую коллекцию выборок с поверхностями отклика и сортирует их по целям и весу. Обычно используется для предварительных расчетов.

Преимущества:

- Обеспечивает общий обзор области дизайна.
- Позволяет определить глобальные и локальные минимумы.
- Предоставляет несколько кандидатов.
- Доступность как для непрерывных, так и для дискретных входных параметров.

Недостатки:

- не совсем **точен** (точность улучшается с увеличением количества точек выборки).

MOGA - Многоцелевой генетический алгоритм

Итеративный многокритериальный генетический алгоритм. Обеспечивает более совершенный подход, чем скрининг. Он проходит через несколько итераций, позволяя образцам «генетически» развиваться до тех пор, пока не будет найден лучший набор Парето.

Идеально подходит для расчета глобальных максимумов/минимумов (предназначен для избежания ловушек локальных оптимумов).

Выгода:

- Помогает определить глобальные и локальные минимумы.
- Предоставляет несколько кандидатов в разных регионах.
- Точное решение.
- Может обрабатывать несколько целей.
- Можно сконцентрироваться на одной области в пространстве дизайна.
- Доступно только для непрерывных входных параметров.

NLRQL -Нелинейное программирование квадратичным лагранжианом

Одноцелевой оптимизатор на основе градиента, основанный на квазиньютоновских методах.

Идеально подходит для локальной оптимизации.

Выгода:

- Точный и быстрый.

Недостаток:

- Может попасть в локальный минимум.
- Не обрабатывает несколько целей (хотя другие выходные параметры могут быть определены как ограничения).
- Доступно только для непрерывных входных параметров.
- Предоставляет единое решение.

MISQP - Последовательное квадратичное программирование со смешанными целыми числами

Выгода:

- Может использоваться как для оптимизации поверхности отклика, так и для прямой оптимизации.
- Обеспечивает более точный подход, чем метод скрининга.
- Доступно как для дискретных, так и для непрерывных входных параметров.

Недостаток:

- Он может обрабатывать только одну цель выходного параметра (другие выходные параметры могут быть определены как ограничения).

Adaptive Single – Objective

Адаптивная одноцелевая оптимизация

Adaptive Single-Objective — это метод оптимизации, сочетающий план экспериментов LHS, поверхность отклика Кригинга и алгоритм оптимизации NLPQL.

Выгода:

- Использует автоматическое уточнение для обеспечения поиска глобального оптимума.
- Уменьшает количество расчетных точек, необходимых для оптимизации.
- Неудачные проектные точки рассматриваются как ограничения неравенства, что делает его отказоустойчивым.

Недостаток:

- Поддерживает одну цель.
- Может обрабатывать только одну цель выходного параметра (другие выходные параметры могут быть определены как ограничения).
- **Ограничено** непрерывными параметрами.
- **Доступно** только для систем прямой оптимизации.

Adaptive Multiple – Objective

Адаптивная одноцелевая оптимизация

Адаптивная многоцелевая оптимизация — это оптимизация, сочетающая в себе кригинг и алгоритм оптимизации MOGA. Он позволяет либо создать новый набор образцов, либо использовать существующий набор. Часть популяции «симулируется» оценками кригинга, а предиктор ошибок кригинга уменьшает количество оценок, используемых при нахождении первых решений фронта Парето.

Выгода:

- Обеспечивает более точный подход, чем метод скрининга.
- Оптимизатор не оценивает все расчетные точки.
- Поддерживает несколько целей.
- Поддерживает несколько ограничений.

Недостаток:

- **Ограничено** непрерывными параметрами.
- **Доступно** только для систем прямой оптимизации.

Резюме

Если параметры разрывны , *лучше использовать метод*:

- Скрининг.

Если одна цель и параметры непрерывны , *лучше использовать методы*:

- Скрининг (для поиска глобальных максимумов/минимумов).
- NLPQL (пространство решений сужено до глобальных максимумов/минимумов).

или же

- MOGA (если вы хотите выбрать из нескольких кандидатов).

Если более одной цели и параметров непрерывны , *лучше использовать методы*:

- Скрининг (по желанию)
- MOGA

Резюме

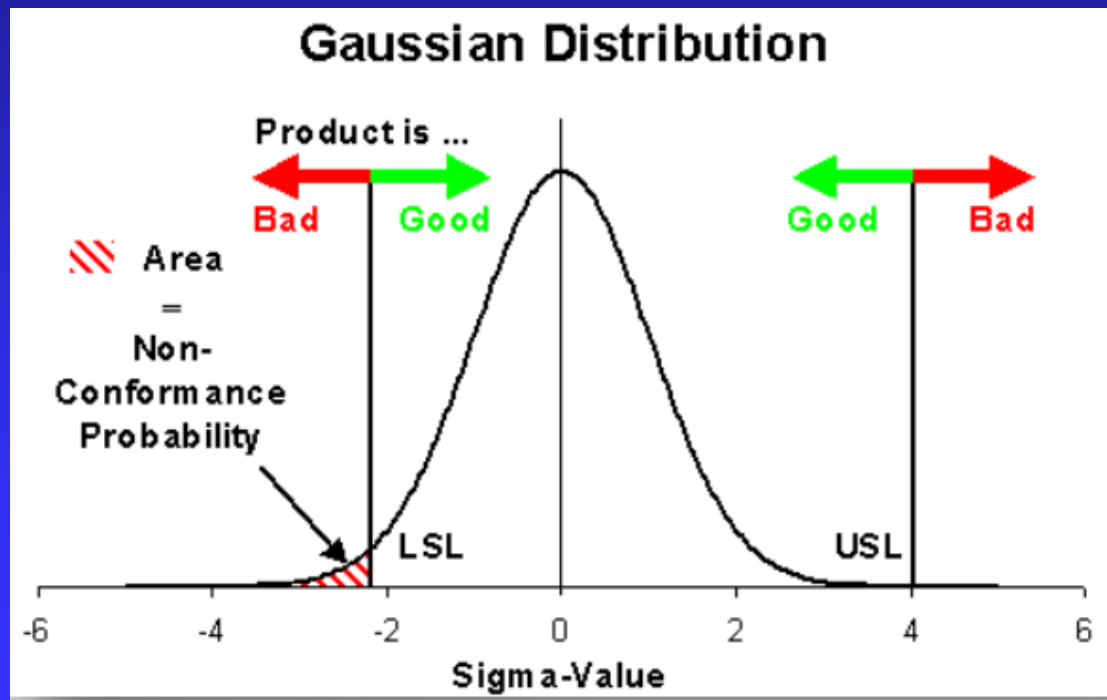
Method	Description	Response Surface Optimization	Direct Optimization
Screening	Shifted-Hammersley Sampling	X	X
NLPQL	Nonlinear Programming by Quadratic Lagrangian	X	X
MISQP	Mixed-Integer Sequential Quadratic Programming	X	X
MOGA	Multi-Objective Genetic Algorithm	X	X
Adaptive Single-Objective	Hybrid optimization method using Optimal Space-Filling Design, a Kriging response surface, MISQP, and domain reduction in a Direct Optimization system		X
Adaptive Multiple-Objective	Hybrid optimization method using a Kriging response surface and in a Direct Optimization system		X

Резюме

Method	Single Objective	Multiple Objectives	Local Search	Global Search	Discrete	Manufacturable Values	Parameter Relationships
Screening		X		X	X	X	X
NLPQL	X		X				X
MISQP	X		X		X	X	X
MOGA		X		X	X	X	X
Adaptive Single-Objective	X			X		X	
Adaptive Multiple-Objective		X		X		X	X

Six Sigma Analysis

- Типичный анализ предполагает фиксированное значение для каждой входной величины (детерминированный подход).
- Design For Six Sigma обеспечивает механизм учета и учета разброса входных данных, а также дает представление о том, как они влияют на реакцию системы (вероятностный анализ).
- Продукт имеет качество «Шесть сигм», если только 3,4 детали из каждого миллиона произведенных выходят из строя.

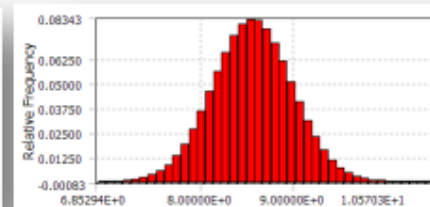
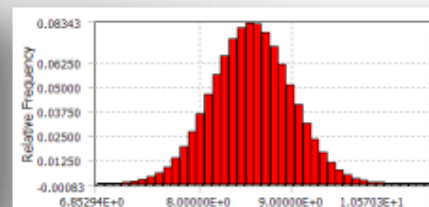
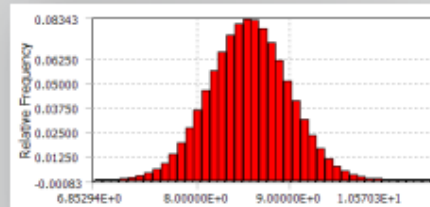


Six Sigma Analysis

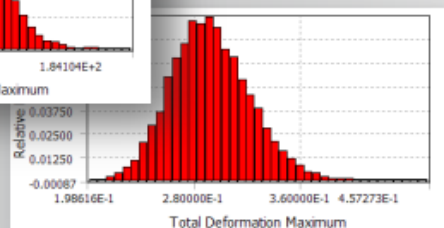
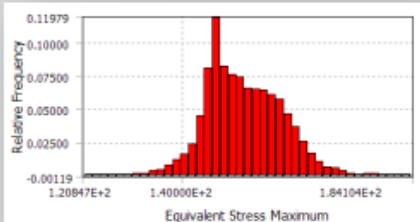
Помогает ответить на следующие вопросы:

- Насколько велик разброс выходных параметров?
- Насколько надежны выходные параметры?
- Если выходные данные подвержены разбросу из-за изменения входных переменных, то какова вероятность того, что проектный критерий, заданный для выходных параметров, больше не будет выполняться?
- Насколько велика вероятность того, что произойдет неожиданное и нежелательное событие (т. е. какова вероятность отказа)?
- Какие входные переменные вносят наибольший вклад в разброс выходного параметра и в вероятность отказа?
- Какова чувствительность выходного параметра по отношению к входным переменным?

Input parameters vary!

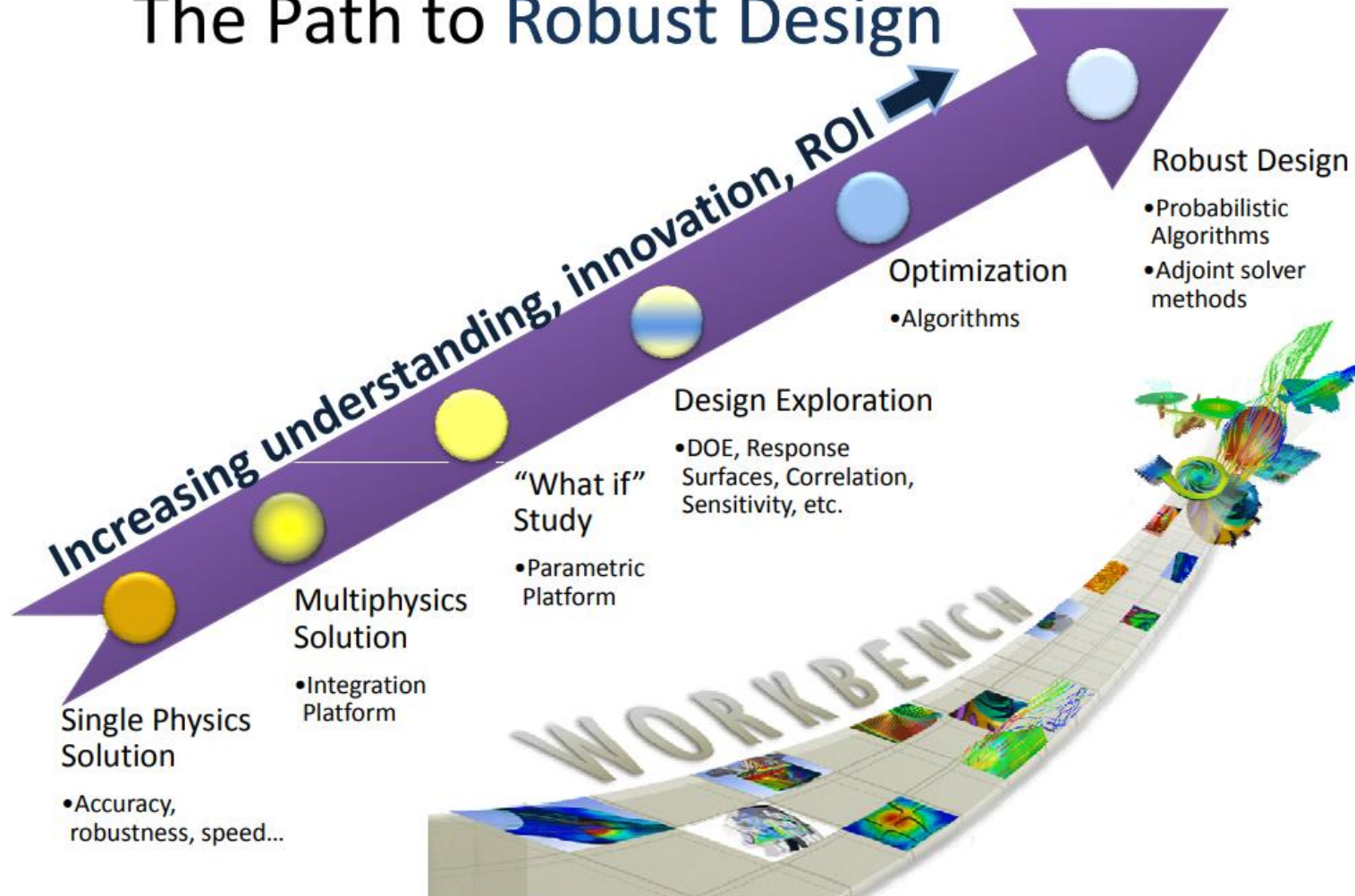


Output parameters



Six Sigma Analysis

The Path to Robust Design



Начало работы с DesignXplorer

Рабочий процесс использования DesignXplorer в основном состоит из трех шагов:

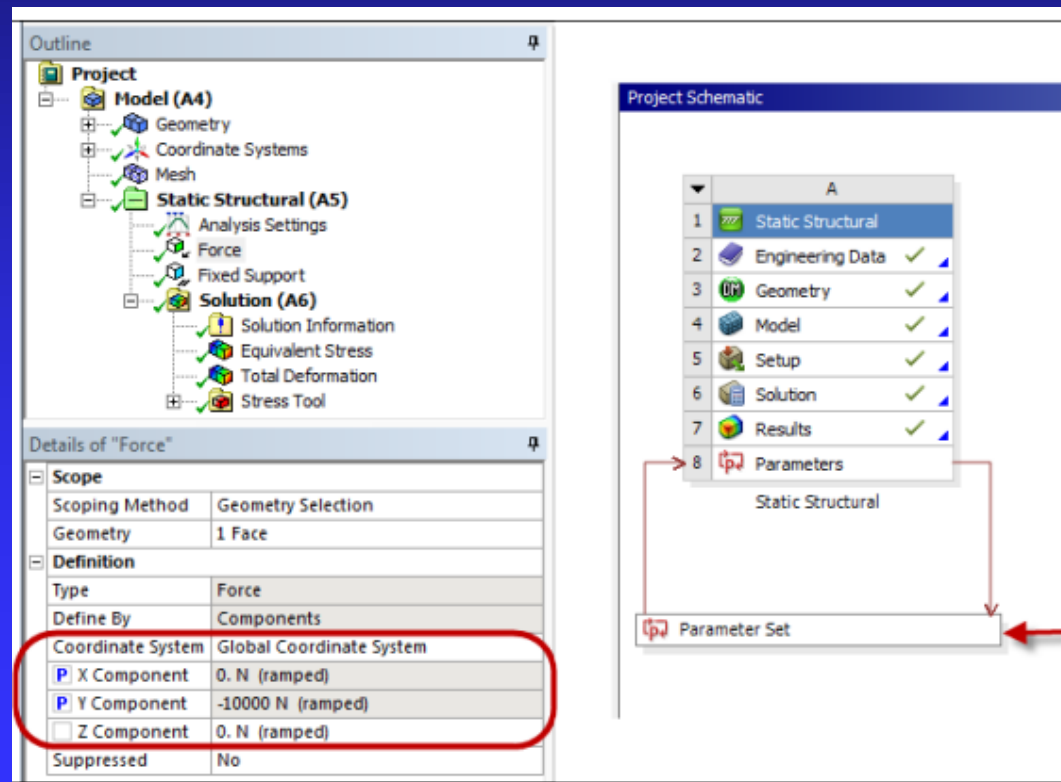
1. Создайте параметры.
2. Добавьте систему DesignXplorer в проект Workbench.
3. Работа в DesignXplorer.

Шаг 1: Создайте параметры

Для работы с DesignXplorer в вашем проекте должны быть параметры. Таким образом, ваш первый шаг — параметризация размеров, граничных условий и т.п.

После создания параметров панель набора параметров добавляется в схему проекта Workbench.

На рисунке показаны два параметра, созданные в Mechanical, и их последующее включение на панели набора параметров в схеме проекта.

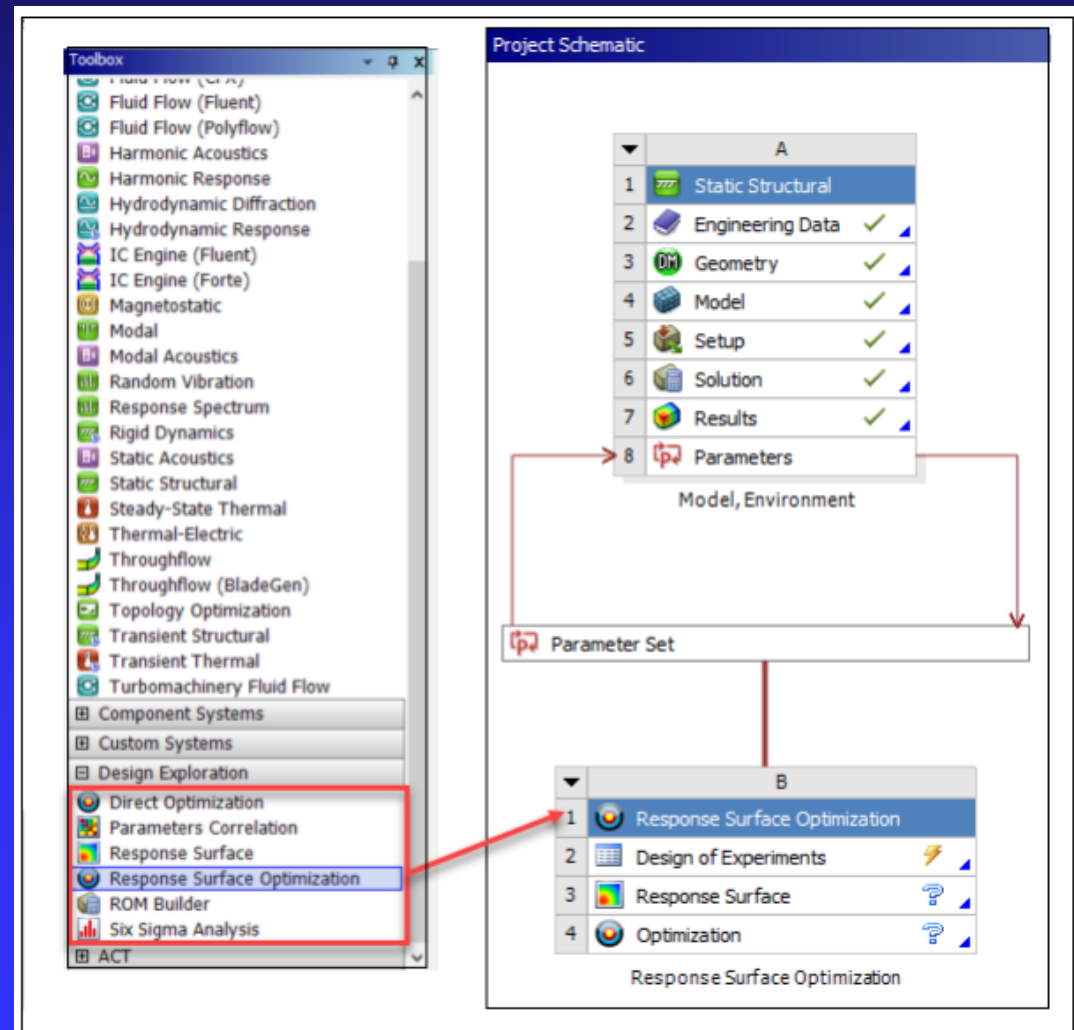


Приложения Workbench, допускающие параметризацию:

- External CAD package
- Engineering data
- DesignModeler
- Meshing
- Mechanical
- Mechanical APDL
- ExplicitSTR
- CFX
- Fluent
- CFD-Post
- VistaTF
- Polyflow
- SpaceClaim
- External Connections
- Excel
- AQWA
- nCode
- Ansoft Solutions (HFSS, Maxwell)

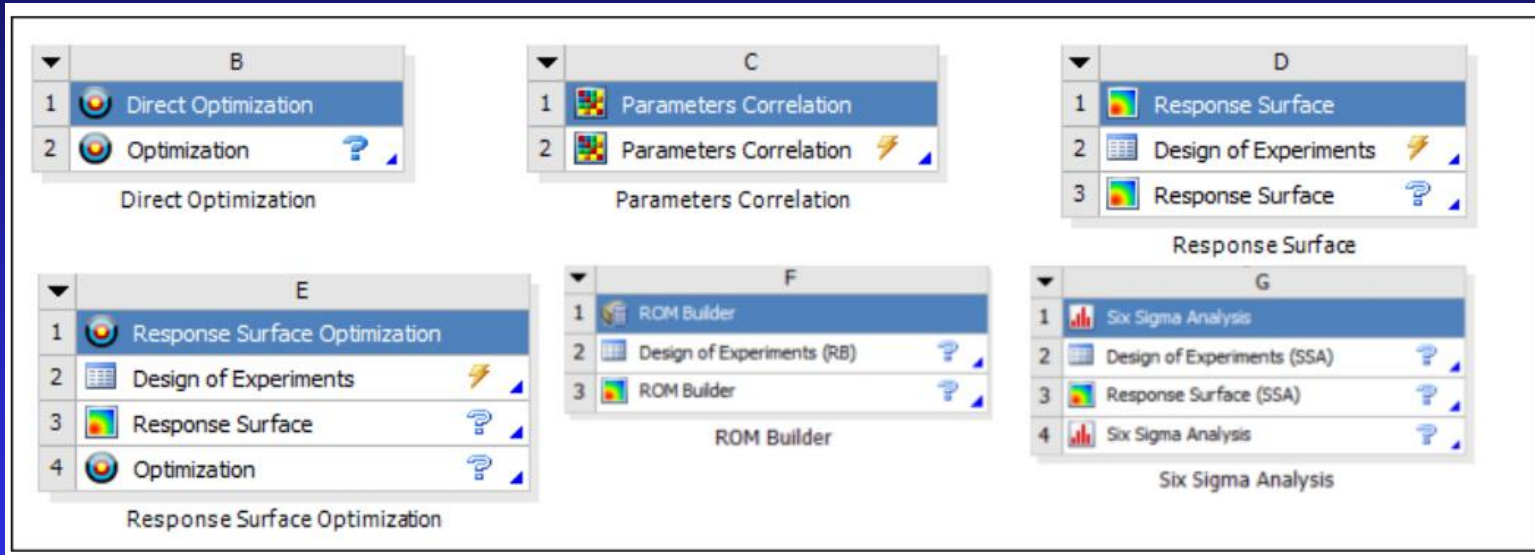
Шаг 2: Добавьте систему DesignXplorer в проект

После создания параметров вы можете добавить в проект одну или несколько систем DesignXplorer. Для этого на панели инструментов Workbench в разделе Design Exploration найдите нужную систему, а затем перетащите ее на схему проекта, поместив ее под панель набора параметров.



Шаг 3: Работа в системе DesignXplorer

После добавления системы DesignXplorer в схему проекта необходимо проработать ее компоненты, представляющие собой отдельные ячейки системы, последовательно сверху вниз. Каждый тип системы исследования дизайна имеет свой рабочий процесс:



Системы прямой оптимизации и корреляции параметров — единственные, в которых нет ячеек «План экспериментов». Для всех других систем DesignXplorer ячейка «Дизайн экспериментов» стоит первой в последовательности. В следующих системах ячейка «Поверхность отклика» является второй: «Поверхность отклика», «Оптимизация поверхности отклика» и «Анализ шести сигм». Системы DesignXplorer могут совместно использовать и повторно использовать ячейки «План экспериментов» и «Поверхность отклика».

Рабочие пространства DesignXplorer

В этот раздел включены изображения
следующих рабочих пространств

DesignXplorer:

Рабочая область корреляции параметров.

Планирование экспериментов.

Рабочая область поверхности отклика.

Рабочая область оптимизации.

Рабочая область анализа шести сигм.

Рабочая область корреляции параметров

Outline of Schematic B2: Parameters Correlation

- Parameters Correlation
 - Input Parameters
 - Mechanical APDL (A1)
 - P1 - L
 - P2 - H
 - P3 - B
 - P4 - P
 - Output Parameters
 - Mechanical APDL (A1)
 - P5 - DEF_Y
 - Charts
 - Correlation Matrix
 - Sensitivities
 - Determination Histogram
 - Determination Matrix
 - Correlation Scatter

Table of Schematic B2: Parameters Correlation

	A	B	C	D	E	F
1	Name	P1 - L	P2 - H	P3 - B	P4 - P	P5 - DEF_Y
2	Correlation Matrix (Linear)					
3	P1 - L	1	0.012236	-0.020245	0.018465	0.3624
4	P2 - H	0.012236	1	-0.0015573	0.01624	-0.7695
5	P3 - B	-0.020245	-0.0015573	1	0.033593	-0.2387
6	P4 - P	0.018465	0.01624	0.033593	1	0.40289
7	P5 - DEF_Y	0.3624	-0.76952	-0.23871	0.40289	1
8	Determination Matrix (Quadratic)					
9	P1 - L	1	0.030905	0.00036133	0.012739	0.16119
10	P2 - H	0.0048185	1	0.024726	0.0062165	0.57313
11	P3 - B	0.00035116	0.012987	1	0.085966	0.03963
12	P4 - P	0.0083463	0.011812	0.017527	1	0.18038
13	P5 - DEF_Y	0.14166	0.60585	0.077508	0.18038	1

Properties of Outline A6: P2

Property	Value
Units	
Type	Design Variable
Classification	Continuous
Initial Value	5
Lower Bound	3
Upper Bound	7

Correlation Matrix (Linear)

	A	B	C	D	E	F
1	Name	P1 - L	P2 - H	P3 - B	P4 - P	P5 - DEF_Y
2	Correlation Matrix (Linear)					
3	P1 - L	1	0.012236	-0.020245	0.018465	0.3624
4	P2 - H	0.012236	1	-0.0015573	0.01624	-0.7695
5	P3 - B	-0.020245	-0.0015573	1	0.033593	-0.2387
6	P4 - P	0.018465	0.01624	0.033593	1	0.40289
7	P5 - DEF_Y	0.3624	-0.76952	-0.23871	0.40289	1

Determination Matrix (Quadratic)

	A	B	C	D	E	F
9	P1 - L	1	0.030905	0.00036133	0.012739	0.16119
10	P2 - H	0.0048185	1	0.024726	0.0062165	0.57313
11	P3 - B	0.00035116	0.012987	1	0.085966	0.03963
12	P4 - P	0.0083463	0.011812	0.017527	1	0.18038
13	P5 - DEF_Y	0.14166	0.60585	0.077508	0.18038	1

Correlation between P2 - H and P5 - DEF_Y

Properties of Outline A2: Correlation

Property	Value
Design Points	
Preserve Design Points After DX Run	
Parameters Correlation	
Reuse the samples already generated	<input checked="" type="checkbox"/>
Correlation Type	Spearman
Number Of Samples	30
Auto Stop Type	Enable Auto Stop
Mean Value Accuracy	0.01
Standard Deviation Accuracy	0.02
Convergence Check Frequency	10
Size of Generated Sample Set	30
Converged	No

Планирование экспериментов

The screenshot displays the ANSYS Workbench software interface for Design of Experiments (DOE). The main window shows the 'Table of Schematic C2: Design of Experiments (SSA)' with the following data:

	A	B	C	D	E	F
1	Name	P1 - L	P2 - H	P3 - B	P4 - P	P5 - DE
2	1	100	5	6	150	0.2381
3	2	84.549	5	6	150	0.1439
4	3	115.45	5	6	150	0.3663
5	4	100	4.2274	6	150	0.3939
6	5	100	5.7726	6	150	0.1547
7	6	100	5	5.0729	150	0.2816
8	7	100	5	6.9271	150	0.2062
9	8	100	5	6	126.82	0.2013
10	9	100	5	6	173.18	0.2748
11	10	89.119	4.456	5.3472	133.68	0.2381
12	11	110.88	4.456	5.3472	133.68	0.4585
13	12	89.119	5.544	5.3472	133.68	0.1236
14	13	110.88	5.544	5.3472	133.68	0.2381

The 'Properties of Outline A6: P2' window shows the following settings:

	A	B
1	Property	Value
2	General	
3	Units	
4	Type	Design Variable
5	Classification	Continuous
6	Values	
7	Initial Value	5
8	Lower Bound	3
9	Upper Bound	7

The 'Parameters Parallel Chart' window displays a 3D plot showing the relationship between design variables (P1, P2, P3, P4, P5) and the response (DE). The plot shows a complex, multi-colored surface representing the design space.

The 'Properties of Outline A2: Design of Experiment' window shows the following settings:

	A	B
1	Property	Value
2	Design Points	
3	Preserve Design Points After DX Run	<input type="checkbox"/>
4	Design of Experiments	
5	Design of Experiments Type	Central Composite...
6	Design Type	Auto Defined

Рабочая область поверхности отклика

The screenshot displays the ANSYS Workbench interface for a Response Surface (SSA) analysis. The main window is divided into several panes:

- Outline of Schematic C3: Response Surface (SSA):** A tree view on the left showing the hierarchy of the analysis. Key nodes include:
 - Response Surface (SSA) (checked)
 - Input Parameters
 - Mechanical APDL (A1)
 - P1 - L (checked)
 - P2 - H (checked)
 - P3 - B (checked)
 - P4 - P (checked)
 - Output Parameters
 - Mechanical APDL (A1)
 - P5 - DEF_Y (checked)
 - Min-Max Search (checked)
 - Metrics
 - Goodness Of Fit (checked)
 - Response Points
 - Response Point (checked)
 - Response (checked)
 - Local Sensitivity (checked)

- Table of Schematic C3: Response Surface (SSA):** A table on the right showing the parameters and their values:

	A	B	C	D	E	F
1	Name	P1 - L	P2 - H	P3 - B	P4 - P	P5 - DEF_Y
2	Refinement Points					
3	New Refinement Point					
4	Response Points					
5	Response Point	100	5	6	150	0.23818
6	New Response Point					
7	Verification Points					
8	New Verification Point					
- Properties of Outline A3: P1:** A table showing the properties of the selected response point:

	A	B
1	Property	Value
2	General	
3	Units	
4	Type	Uncertainty Variable
5	Classification	Continuous
6	Values	
7	Initial Value	100
8	Lower Bound	84.549
9	Upper Bound	115.45
10	Distribution	
11	Distribution Type	Normal
12	Distribution Lower Bound	-Infinity
13	Distribution Upper Bound	Infinity
14	Mean	100
15	Standard Deviation	5
16	Skewness	0
17	Kurtosis	0
- Local Sensitivity:** A bar chart showing the local sensitivity of the response point to the input parameters. The Y-axis is 'Local Sensitivity' ranging from -1 to 1. The X-axis is 'P5 - DEF_Y' under 'Output Parameters'. The chart shows four bars: P1 - L (red, positive), P2 - H (yellow, negative), P3 - B (green, negative), and P4 - P (blue, positive).

Рабочая область оптимизации

The screenshot displays the optimization software interface. The main window is titled "Outline of Schematic B4: Optimization". The "Update" button is highlighted with a red box. The "Outline of Schematic B4: Optimization" tree shows the following structure:

- 1 A
- 2 Optimization
- 3 Input Parameters
- 4 Model, Environment (A1)
 - 5 P2 - ds_web
 - 6 P4 - Force Y Component
- 7 Output Parameters
- 8 Model, Environment (A1)
 - 9 P1 - Safety Factor Minimum
 - 10 P3 - Geometry Mass
 - 11 P5 - Equivalent Stress Maximum
 - 12 P6 - Total Deformation Maximum
- 13 Charts
 - 14 Tradeoff
 - 15 Samples
 - 16 Sensitivities

The "Table of Schematic B4: Optimization" shows the following data:

	A	B	C	D	E
1		P2 - ds_web	P4 - Force Y Component (N)	P1 - Safety Factor Minimum	P3 - Geometry M
2	Optimization Domain				
3	Lower Bound	60	-11000		
4	Upper Bound	80	-9000		
5	Optimization Objectives				
6	Objective	Minimize	Seek Target	Maximize	Values <= Target
7	Target Value		-10000		1
8	Importance	Lower	Higher	Default	Default
9	Constraint Handling				As Hard Constr
10	Candidate Points				

The "Properties of Outline A3: P2" table shows the following data:

	A	B
1	Property Value	
2	General	
3	Units	
4	Type	Design Ver...
5	Classification	Continuous
6	Values	
7	Initial Value	70
8	Lower Bound	60
9	Upper Bound	80
10	Use Manufacturable Values	<input type="checkbox"/>

The "Properties of Outline A2: Optimization" table shows the following data:

	A	B
1	Property Value	
2	Design Points	
3	Preserve Design Points After DX Run	<input type="checkbox"/>
4	Optimization	
5	Optimization Method	Screening
6	Number of Samples	10000
7	Size of Generated Sample Set	10000
8	Verify Candidate Points	<input type="checkbox"/>

The "Tradeoff chart P3 - Geometry Mass vs P6 - Total Deformation Maximum vs P5 - Equivalent Stress Maximum" is a 3D scatter plot showing the relationship between these three parameters. The axes are labeled: P5 - Equivalent Stress Maximum [MPa], P3 - Geometry Mass [kg], and P6 - Total Deformation Maximum [mm]. The plot shows several data points and a grid.

Рабочая область анализа шести сигм

The screenshot displays the Six Sigma analysis software interface with several key components:

- Outline of Schematic E4: Six Sigma Analysis:** A tree view showing the analysis structure. Key items include:
 - ✓ Six Sigma Analysis
 - Input Parameters:
 - Mechanical APDL (A1)
 - P1 - L
 - P2 - H
 - P3 - B
 - P4 - P
 - Output Parameters:
 - Mechanical APDL (A1)
 - P5 - DEF - Y
 - Charts
 - ✓ Sensitivities
- Table of Outline A5: P1 - L:** A data table showing statistical results for parameter P1 - L.

	A	B	C
1	P1 - L	Probability	Sigma Level
2	88.309	0.0069075	-2.462
3	89.846	0.022674	-2.0014
4	91.384	0.048791	-1.6567
5	92.921	0.076383	-1.4298
6	94.458	0.11849	-1.0871
7	95.996	0.21207	-0.79924
8	97.533	0.31067	-0.49396
9	99.071	0.42324	-0.19361
10	100.61	0.54848	0.12182
11	102.15	0.66483	0.42568
12	103.68	0.76906	0.73574
13	105.22	0.84694	1.0234
- Properties of Outline A5: P1:** A table defining the distribution for parameter P1.

Property	Value
General	
Units	
Type	Uncertainty Variable
Classification	Continuous
Values	
Initial Value	100
Lower Bound	84.549
Upper Bound	115.45
Distribution	
Distribution Type	Normal
Distribution Lower Bound	-Infinity
Distribution Upper Bound	Infinity
Mean	100
Standard Deviation	5
Skewness	0
Kurtosis	0
Statistics	
Probability Table	Quantile-Percentile
- Distribution function for P1 - L:** A histogram showing the probability density function (PDF) and empirical cumulative distribution function (ECDF) for P1 - L. The x-axis represents P1 - L values (90 to 110), and the y-axis represents Probability Density (0 to 0.08). The ECDF curve shows the cumulative percentage of samples.
- Sensitivities:** A bar chart showing the sensitivity of the output parameter P5 - DEF - Y to the input parameters P1 - L, P2 - H, P3 - B, and P4 - P. The y-axis represents Sensitivity (-0.5 to 0.5). P1 - L has the highest positive sensitivity, while P2 - H has a significant negative sensitivity.