

8. Расчет выборочных характеристик

В результате наблюдений над случайной величиной ξ получена выборка X объема $n = 30$:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
1,37	0,11	1,56	-0,11	0,23	-0,76	-0,13	-0,64	-0,46	-0,88

x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}
-0,56	1,28	1,16	-0,3	-0,31	1,13	-0,17	0,6	-1,16	2,65
x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	x_{29}	x_{30}
1,55	0,29	-2,16	-0,77	0,93	0,01	-1,56	1,59	-1,13	-1,74

Для заданной выборки X построить вариационный ряд, вычислить следующие выборочные характеристики:

- 1) среднее;
- 2) дисперсию (смещенную и несмещенную);
- 3) среднее квадратическое отклонение;
- 4) медиану.

Построить гистограмму частот.

Решение

Вариационный ряд выборки X имеет следующий вид:

$x_{(1)}$	$x_{(2)}$	$x_{(3)}$	$x_{(4)}$	$x_{(5)}$	$x_{(6)}$	$x_{(7)}$	$x_{(8)}$	$x_{(9)}$	$x_{(10)}$
-2,16	-1,74	-1,56	-1,16	-1,13	-0,88	-0,77	-0,76	-0,64	-0,56

$x_{(11)}$	$x_{(12)}$	$x_{(13)}$	$x_{(14)}$	$x_{(15)}$	$x_{(16)}$	$x_{(17)}$	$x_{(18)}$	$x_{(19)}$	$x_{(20)}$
-0,46	-0,31	-0,3	-0,17	-0,13	-0,11	0,01	0,11	0,23	0,29

$x_{(21)}$	$x_{(22)}$	$x_{(23)}$	$x_{(24)}$	$x_{(25)}$	$x_{(26)}$	$x_{(27)}$	$x_{(28)}$	$x_{(29)}$	$x_{(30)}$
0,6	0,93	1,13	1,16	1,28	1,37	1,55	1,56	1,59	2,65

Вычислим выборочные характеристики.

- 1) выборочное среднее

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

$$\bar{x} = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} x_i = \frac{1}{30} (37 + 0,11 + 1,56 + \dots + (-1,74)) \approx 0,05;$$

- 2) выборочная смещенная дисперсия

$$\tilde{S}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\bar{x})^2,$$

$$\tilde{S}^2 = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} x_i^2 - (\bar{x})^2 = \frac{1}{30} \left(37^2 + 0,11^2 + 1,56^2 + \dots + (-1,74)^2 \right) - 0,05^2 \approx 1,26.$$

Выборочная несмещенная дисперсия

$$S^2 = \frac{30}{30-1} \tilde{S}^2 = \frac{30}{29} \cdot 1,26 \approx 1,3;$$

3) выборочное среднее квадратическое отклонение

$$\tilde{S} = \sqrt{\tilde{S}^2} = \sqrt{1,26} \approx 1,12;$$

4) выборочная медиана

$$\hat{Me} = \begin{cases} x_{(l+1)}, & n = 2l + 1; \\ \frac{x_{(l)} + x_{(l+1)}}{2}, & n = 2l. \end{cases}$$

Объем выборки $n = 30$ – четное число, поэтому выборочная медиана

$$\hat{Me} = \frac{x_{(15)} + x_{(15+1)}}{2} = \frac{-0,13 + (-0,11)}{2} \approx -0,12.$$

Построим интервальный вариационный ряд выборки. Разобьем отрезок $[x_{(1)}, x_{(30)}] = [-2,16; 2,65]$ на 6 равных промежутков. Длина интервала $h = \frac{x_{(30)} - x_{(1)}}{k} = \frac{2,65 - (-2,16)}{6} \approx 0,8$. Найдем концы интервалов по формуле

$$z_i = x_{(1)} + (i-1)h, \quad i = \overline{1,7}.$$

$$z_1 = x_{(1)} = -2,16, \quad z_2 = x_{(1)} + h = -1,36, \quad z_3 = x_{(1)} + 2h = -0,56, \quad z_4 = x_{(1)} + 3h = 0,24, \\ z_5 = x_{(1)} + 4h = 1,04, \quad z_6 = x_{(1)} + 5h = 1,84, \quad z_7 = x_{(1)} + 6h = 2,65.$$

Найдем μ_i – количество элементов выборки, попавших в i -й интервал $[z_i; z_{i+1})$:

$$\mu_1 = 3, \quad \mu_2 = 6, \quad \mu_3 = 10, \quad \mu_4 = 3, \quad \mu_5 = 7, \quad \mu_6 = 1.$$

Таким образом, интервальный вариационный ряд выборки

Интервал	$[-2,16; -1,36)$	$[-1,36; -0,56)$	$[-0,56; 0,24)$	$[0,24; 1,04)$	$[1,04; 1,84)$	$[1,84; 2,65]$
Частота	3	6	10	3	7	1

Гистограмма частот изображена на рисунке 1.

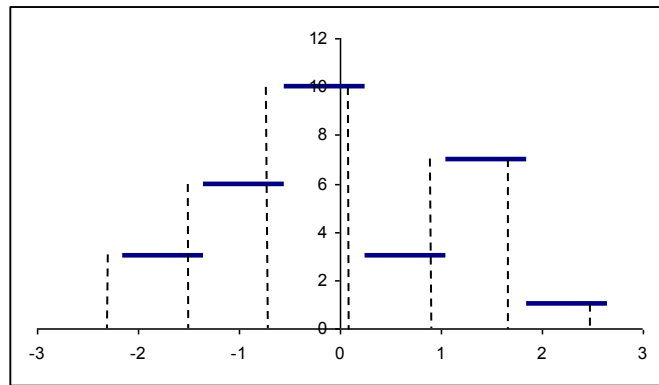


Рисунок 1