

5. Дискретные случайные величины

В урне пять синих и три красных шара. Наудачу извлекают два шара. Случайная величина ξ – количество синих среди извлеченных шаров. Найти:

- ряд распределения случайной величины;
- функцию распределения случайной величины;
- математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение случайной величины.

Решение

а) возможны следующие элементарные исходы, соответствующие извлечению двух шаров из урны: $\omega_0 = \{\text{все извлеченные шары красные}\}$, $\omega_1 = \{\text{извлечены синий и красный шары}\}$, $\omega_2 = \{\text{извлеченные шары синие}\}$. $\xi(\omega_0) = 0$, $\xi(\omega_1) = 1$, $\xi(\omega_2) = 2$. Таким образом, 0, 1, 2 – возможные значения дискретной случайной величины ξ .

Найдем вероятности, с которыми случайная величина принимает свои значения:

$$P\{\xi = 0\} = P(\omega_0) = \frac{C_3^2}{C_8^2} = \frac{3}{28};$$

$$P\{\xi = 1\} = P(\omega_1) = \frac{C_5^1 \cdot C_3^1}{C_8^2} = \frac{15}{28};$$

$$P\{\xi = 2\} = P(\omega_2) = \frac{C_5^2}{C_8^2} = \frac{5}{14}.$$

Таким образом, ряд распределения случайной величины ξ имеет следующий вид:

ξ	0	1	2
p	$\frac{3}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{5}{14}$

б) функция распределения случайной величины ξ имеет вид

$$F(x) = P\{\xi < x\} = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{3}{28}, & 0 < x \leq 1; \\ \frac{18}{28}, & 1 < x \leq 2; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

в) математическое ожидание дискретной случайной величины ξ

$$M\xi = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + x_3 \cdot p_3 = 0 \cdot \frac{3}{28} + 1 \cdot \frac{15}{28} + 2 \cdot \frac{5}{14} = \frac{35}{28}.$$

Дисперсия случайной величины ξ

$$\begin{aligned} D\xi &= M\xi^2 - (M\xi)^2 = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 + x_3^2 \cdot p_3 - (M\xi)^2 = \\ &= 0^2 \cdot \frac{3}{28} + 1^2 \cdot \frac{15}{28} + 2^2 \cdot \frac{5}{14} - \left(\frac{35}{28}\right)^2 = \frac{315}{784}. \end{aligned}$$

Среднее квадратическое отклонение случайной величины ξ

$$\sigma\xi = \sqrt{D\xi} = \sqrt{\frac{315}{784}} \approx 0,63.$$