

## Литература

- 1 Высшая математика. Специальные главы : учебное пособие для студентов вузов / П. И. Чинаев [и др]. – Киев: Вища школа, 1981.
- 2 Демидович, В. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / В. П. Демидович. – М. : Наука, 1977.
- 3 Краснов, М. Л. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости : учебное пособие для вузов / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. – М. Наука, 1981.
- 4 Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного : учебное пособие для вузов / И. И. Привалов. – М. : Наука, 1977.
- 5 Пчелин, Б. К. Специальные разделы высшей математики : учебное пособие для вузов / Б. К. Пчелин. – М. : Высшая математика, 1973.
- 6 Сидоров, Ю. В. Лекции по теории функций комплексного переменного : учебник для вузов / Ю. В. Сидоров, М. В. Федорюк, М. И. Шабунин. – М. : Наука, 1989.
- 7 Чудесенко, В. Ф. Сборник заданий по специальным курсам высшей математики (типовые расчеты) : учеб. пособие для вузов / В. Ф. Чудесенко. – М. : Высш. школа, 1983.

## Примерный перечень вопросов к экзамену

(\* отмечены вопросы, содержащие доказательство)

- 1 Метрические, линейные и гильбертовы пространства.
- 2 Ортогональные системы функций
- 3 Основная тригонометрическая система.
- 4 \*Ряд Фурье по ортонормированной системе функций.
- 5 \*Экстремальное свойство коэффициентов Фурье.
- 6 \*Неравенство Бесселя.
- 7 \*Сходимость ряда Фурье в средне квадратичном. Равенство Парсеваля-Стеклова.
- 8 Ряд Фурье для периодической функции с периодом  $T = 2l$ .
- 9 Тригонометрический ряд Фурье.
- 10 Признаки сходимости тригонометрического ряда Фурье.
- 11 \*Тригонометрический ряд Фурье для четных и нечетных функций.
- 12 Разложение непериодических функций в тригонометрический ряд Фурье.
- 13 Комплексная форма тригонометрического ряда Фурье.
- 14 \*Комплексная форма интеграла Фурье.
- 15 \*Тригонометрическая форма интеграла Фурье. Синус и косинус преобразования Фурье.
- 16 \*Свойства преобразования Фурье.
- 17 \*Свертка функций.
- 18 \*Понятие комплексного числа. Операции сложения, умножения, вычитания и деления комплексных чисел.
- 19 \*Алгебраическая форма комплексного числа. Геометрическое представление комплексного числа.
- 20 \*Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме.
- 21 Множества точек на комплексной плоскости.
- 22 \*Определение функции комплексного переменного.
- 23 Геометрическая интерпретация понятия функции комплексной переменной.
- 24 Определение предела функции комплексной переменной.
- 25 Теоремы о пределах.
- 26 Непрерывность функций комплексной переменной. Свойства непрерывных функций.
- 27 Определение производной функции комплексной переменной. Дифференциал.

- 28 \*Условия Коши-Римана.  
 29 \*Сопряженные гармонические функции.  
 30 \*Геометрический смысл модуля и аргумента производной.  
 31 Понятие конформного отображения.  
 32 Основные функции комплексной переменной.  
 33 \*Определение интеграла от функции комплексной переменной.  
 34 \*Связь интеграла комплексной переменной с криволинейным интегралом второго рода  
 35 \*Свойства интегралов по комплексной переменной.  
 36 \*Основная теорема Коши.  
 37 \*Формула Коши.  
 38 \*Теорема о среднем для аналитических функций.  
 39 \*Принцип максимума модуля аналитической функции.  
 40 Интеграл типа Коши.  
 41 Теорема Коши-Лиувилля. Теорема Морера.  
 42 Ряды с комплексными числами.  
 43 Ряды функций комплексной переменной.  
 44 Равномерная сходимость функционального ряда. Признак Вейерштрасса.  
 45 Степенные ряды.  
 46 \*Ряд Тейлора. Голоморфные функции.  
 47 Ряд Лорана.  
 48 Разложение аналитической функции в ряд Лорана.  
 49 Классификация изолированных особых точек аналитической функции.  
 50 Разложение аналитической функции в ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки.  
 51 \*Определение вычета. Основная теорема о вычетах  
 52 \*Вычисление вычетов функции относительно полюса.  
 53 \*Логарифмический вычет.  
 54 \*Вычет функции относительно бесконечно удаленной точки.  
 55 \*Теорема о сумме вычетов.  
 56 Оригинал и его свойства.  
 57 Определение преобразования Лапласа.  
 58 \*Существование, необходимое условие, единственность оригинала.  
 59 \*Свойства преобразования Лапласа: линейность, подобие, запаздывание.  
 60 \*Свойства преобразования Лапласа: опережение, затухание.

$$\begin{array}{ll}
 \left\{ \begin{array}{l} y' + y + 3z = 4x, \\ z' + y - z = 12 \cdot \operatorname{sh} 4x, \\ y(0) = -1, z(0) = -2. \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} y' + y + 3z = 1, \\ z' - 2y - z = x \cdot \cos x, \\ y(0) = z(0) = 0. \end{array} \right. \\
 \left\{ \begin{array}{l} y' - y + 2z = 3 + x, \\ z' - y + z = e^x, \\ y(0) = z(0) = 0. \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} y' - y + 2z = 3 \cdot \cos 2x, \\ z' - y + z = 1, \\ y(0) = -1, z(0) = 2. \end{array} \right. \\
 \left\{ \begin{array}{l} y' - y - z = x, \\ z' + 2y + z = 10 \cdot \operatorname{ch} 3x, \\ y(0) = 2, z(0) = -1. \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} y' + 3y - z = x \cdot \sin x, \\ z' - y + z = x, \\ y(0) = 0, z(0) = 1. \end{array} \right. \\
 \left\{ \begin{array}{l} y' - 2y + z = 1, \\ z' + y - 2z = x^2, \\ y(0) = 1, z(0) = 0. \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} y' + 2y + z = \sin x, \\ z' - 4y - 2z = \cos x, \\ y(0) = z(0) = 0. \end{array} \right. \\
 \left\{ \begin{array}{l} y' + 2y + 3z = 2x, \\ z' - 3y + 2z = x^2, \\ y(0) = 1, z(0) = 0. \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} y' - z = x^3, \\ z' + y = 3 \cdot \sin 2x, \\ y(0) = -2, z(0) = 0. \end{array} \right. \\
 \left\{ \begin{array}{l} y' - 9z = 8 \operatorname{ch} x, \\ z' - y = e^{-2x}, \\ y(0) = 2, z(0) = 0. \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} y' + 2y + z = 5x^4, \\ z' - 4y - 2z = 2e^{2x}, \\ y(0) = 0, z(0) = -2. \end{array} \right. \\
 \left\{ \begin{array}{l} y' - y - z = \sin x, \\ z' + y - 2z = 0, \\ y(0) = z(0) = 0. \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} y' + y - 2z = 1 - x, \\ z' - 2y = x^2, \\ y(0) = 1, z(0) = 0. \end{array} \right.
 \end{array}$$

4 Методом операционного исчисления найти решение системы дифференциальных уравнений с заданными начальными условиями:

$$4.1 \begin{cases} y' + y + 3z = x \cdot e^{-x}, \\ z' - 2y + z = 1 - x, \\ y(0) = 0, z(0) = 1. \end{cases}$$

$$4.2 \begin{cases} y' - y - 3z = 4x^3, \\ z' - y + z = \operatorname{sh} 4x, \\ y(0) = 1, z(0) = 0. \end{cases}$$

$$4.3 \begin{cases} y' - 5y + 3z = 1, \\ z' + y - z = x^2, \\ y(0) = 0, z(0) = 1. \end{cases}$$

$$4.4 \begin{cases} y' + z = 5 \sin 4x, \\ z' - y = -3x, \\ y(0) = 1, z(0) = -1. \end{cases}$$

$$4.5 \begin{cases} y' - 2y + z = 6x, \\ z' + 4y + 2z = 9 \cos 3x, \\ y(0) = 2, z(0) = 1. \end{cases}$$

$$4.6 \begin{cases} y' + 4y - 2z = e^{2x}, \\ z' - 4y + z = 3 \cdot e^x, \\ y(0) = z(0) = 0. \end{cases}$$

$$4.7 \begin{cases} y' + y + z = \sin 3x, \\ z' + y - z = 6x^2, \\ y(0) = -2, z(0) = 1. \end{cases}$$

$$4.8 \begin{cases} y' - y - z = 6 \cdot e^{3x}, \\ z' - y + z = 5x^4, \\ y(0) = 1, z(0) = -2. \end{cases}$$

$$4.9 \begin{cases} y' - y + 4z = x \cdot e^x, \\ z' + 3y - z = x, \\ y(0) = 0, z(0) = 1. \end{cases}$$

$$4.10 \begin{cases} y' + 2y + 2z = 10x^3, \\ z' - 2y - 2z = 8 \cos 4x, \\ y(0) = -1, z(0) = 1. \end{cases}$$

$$4.11 \begin{cases} y' - 2y - 2z = x - 1, \\ z' - y + 3z = \sin x, \\ y(0) = z(0) = 0. \end{cases}$$

$$4.12 \begin{cases} y' + 3y - 2z = x^2 + 1, \\ z' - 2y + z = x, \\ y(0) = 1, z(0) = 0. \end{cases}$$

$$4.13 \begin{cases} y' + y + z = 3e^{-3x}, \\ z' - 2y - z = x^3, \\ y(0) = z(0) = 0. \end{cases}$$

$$4.14 \begin{cases} y' + 2z = 4, \\ z' - y = \operatorname{ch} 2x, \\ y(0) = 2, z(0) = 1. \end{cases}$$

$$4.15 \begin{cases} y' - y - 4z = x^2 \sin x, \\ z' + 4y - z = x, \\ y(0) = 1, z(0) = 0. \end{cases}$$

$$4.16 \begin{cases} y' - 4z = 8 \operatorname{sh} 2x, \\ z' + y = 2x, \\ y(0) = -2, z(0) = -1. \end{cases}$$

- 61 \*Дифференцирование оригинала.
- 62 \*Дифференцирование изображения.
- 63 \*Изображение оригинала.
- 64 \*Интегрирование изображения.
- 65 \*Умножение изображений. Формула Дюамеля.
- 66 Теоремы разложения.
- 67 Обратное преобразование Лапласа.
- 68 Приложение операционного исчисления для решения дифференциальных уравнений.

### Типовые задачи к экзамену

- 1 Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos in}{3^n}$ .
- 2 Найти радиус сходимости  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z}{2-i}\right)^n$ .
- 3 Разложить функцию  $w = \sin(z-2)$  в ряд Тейлора по степеням  $z+1$ .
- 4 Определить область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n(z-2i)^n}$ .
- 5 Разложить в ряд Лорана функцию  $w = z^3 \sin \frac{1}{z}$  в окрестности точки  $z_0 = 0$ .
- 6 Разложить в ряд Лорана функцию  $w = \frac{1}{z^2 - 4z + 3}$  в кольце  $1 < |z| < 3$ .
- 7 Найти вычеты в особых точках функции  $w = \frac{1}{z^3 - 2z}$ .
- 8 Вычислить интеграл с помощью интегральной формулы Коши  $\int_{|z|=2} \frac{e^z dz}{z^2 - z}$ .
- 9 Найти действительную и мнимую части функции  $w = e^z + z^2$ .
- 10 Найти значения модуля и главные значения аргумента функции  $w = \cos 2z$  в точке  $z_0 = \frac{\pi}{4}i$ .
- 11 Пользуясь условиями Коши-Римана, выяснить, является ли функция аналитической, хотя бы в одной точке  $w = z \cdot \bar{z} + 2z$ .
- 12 Восстановить аналитическую в окрестности точки  $z_0 = 0$  функции  $f(z)$  по известной действительной части  $u(x, y) = x^2 - y^2 + x$  и значению  $f(0) = 0$ .
- 13 Найти изображение функции  $f(t) = t \cdot e^t$ .

- 3.9  $x'' + 6x' + 9x = 9e^{3t}$ ,  $x(0) = x'(0) = 0$ .
- 3.10  $x'' - 3x' + 2x = te^t$ ,  $x(0) = 1$ ,  $x'(0) = -2$ .
- 3.11  $x''' - x' = 5 \cos 2t$ ,  $x(0) = x'(0) = 2$ ,  $x''(0) = 0$ .
- 3.12  $x''' - x'' = 2t$ ,  $x(0) = -1$ ,  $x'(0) = x''(0) = 0$ .
- 3.13  $x''' - 2x' = 6 \sin 2t$ ,  $x(0) = x'(0) = -1$ ,  $x''(0) = 0$ .
- 3.14  $x''' + 4x' = 1$ ,  $x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$ .
- 3.15  $x'' - 4x' + 5x = t$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 1$ .
- 3.16  $x'' - 4x' + 3x = e^{-t}$ ,  $x(0) = 1$ ,  $x'(0) = 0$ .
- 3.17  $x'' + 2x' + 2x = 2 + 2t$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 1$ .
- 3.18  $x'' - 5x' + 6x = t \sin t$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 1$ .
- 3.19  $x'''' + x = \cos t$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 1$ ,  $x''(0) = x'''(0) = 0$ .
- 3.20  $x''' - x = t$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 1$ ,  $x''(0) = 0$ .
- 3.21  $x'' - 2x' + 5x = e^t \cos 2t$ ,  $x(0) = 1$ ,  $x'(0) = 0$ .
- 3.22  $x'' + 3x' + 2x = e^{-3t}$ ,  $x(0) = 1$ ,  $x'(0) = -1$ .
- 3.23  $x''' + 6x' = 3 \cos 3t$ ,  $x(0) = x'(0) = -1$ ,  $x''(0) = 0$ .
- 3.24  $x''' + 5x' = 5t$ ,  $x(0) = x'(0) = 1$ ,  $x''(0) = 0$ .
- 3.25  $x''' - 3x'' + 2x' = 12e^{-t}$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = -2$ ,  $x''(0) = 0$ .
- 3.26  $x''' - 6x' = 2 \sin 3t$ ,  $x(0) = -1$ ,  $x'(0) = x''(0) = 0$ .
- 3.27  $x''' - 4x' = -3 \operatorname{sh} t$ ,  $x(0) = 1$ ,  $x'(0) = x''(0) = 0$ .
- 3.28  $x''' + 3x' = 2 \cos t$ ,  $x(0) = x'(0) = 1$ ,  $x''(0) = 0$ .
- 3.29  $x''' - x'' - 2x' = 6e^t$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 2$ ,  $x''(0) = 0$ .
- 3.30  $x''' - 3x' = 4 \operatorname{ch} t$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = x''(0) = 1$ .

$$\begin{array}{ll}
2.22 \text{ а) } \frac{3p^2 + 4p + 4}{p(p^2 - 14p + 49)}, & \text{б) } \frac{4p^2}{(p^2 + 1)(p^2 + 16)}. \\
2.23 \text{ а) } \frac{p^2 - 5p + 7}{p(p^2 - 12p + 36)}, & \text{б) } \frac{7}{p^2 - 5p + 4}. \\
2.24 \text{ а) } \frac{2p^2 + 3p + 1}{p^3 + p}, & \text{б) } \frac{9}{p^2 - 5p - 6}. \\
2.25 \text{ а) } \frac{2p + 1}{(p^2 - p - 6)^2}, & \text{б) } \frac{p^3}{(p^2 + 1)^2}. \\
2.26 \text{ а) } \frac{1}{(p + 1)^2(p + 2)^2}, & \text{б) } \frac{1}{p^2 + 4}. \\
2.27 \text{ а) } \frac{p + 1}{p^3 - 4p}, & \text{б) } \frac{1}{p^2(p^2 + p - 2)}. \\
2.28 \text{ а) } \frac{p^2}{p^4 - 1}, & \text{б) } \frac{1}{p(p + 1)(p + 2)}. \\
2.29 \text{ а) } \frac{1}{p^3(p + 2)}, & \text{б) } \frac{e^{-p}}{p^2 + 1}. \\
2.30 \text{ а) } \frac{2p + 3}{p^3 + 4p^2 + 5p}, & \text{б) } \frac{p^2 + 2}{p^4 + 4}.
\end{array}$$

3 Методами операционного исчисления решить задачу Коши:

$$\begin{array}{l}
3.1 \quad x'' - 9x = 2 - t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1. \\
3.2 \quad x'' + 4x = 2 \cos 2t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 4. \\
3.3 \quad x'' + 4x = \cos 3t, \quad x(0) = 2, \quad x'(0) = 2. \\
3.4 \quad x'' + x = t \cos 2t, \quad x(0) = x'(0) = 0. \\
3.5 \quad x'' + 2x' + x = e^{-t}, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 0. \\
3.6 \quad x'' - 2x' + 2x = \sin t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1. \\
3.7 \quad x'' - 9x = \operatorname{sh} t, \quad x(0) = -1, \quad x'(0) = 3. \\
3.8 \quad x''' - x'' = e^t, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = x''(0) = 0.
\end{array}$$

14 Вычислить интеграл:  $\int_{\Gamma} z \operatorname{Im} z^2 dz$ , где интегрирование функции комплексной переменной вдоль пути  $\Gamma = \{(x, y) \mid y = x; A(0; 0); B(1; i)\}$

15 Найти изображение функции  $f(t) = \cos^2 t$ .

16 Найти коэффициент растяжения и угол поворота при отображениях  $w = z + z^2$  в точке  $z_0 = 1 + i$ .

17 Найти интеграл Фурье для функции  $f(z) = \begin{cases} e^x & \text{при } x \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$

18 Вычислить интеграл с помощью интегральной формулы Коши  $\int_{|z|=1} \frac{e^z}{z^2 + 5z}$ .

19 Разложить функцию  $f(x) = 3x - 1$  в ряд Фурье на отрезке  $[-\pi; \pi]$ .

20 Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа  $z = -\sqrt{3} + i$ .

21 Найти изображение функции  $f(t) = t^2 \cos t$ .

22 Найти косинус преобразование Фурье для функции  $f(x) = \begin{cases} x & \text{при } 0 < x < \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{при } x \leq 0, x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$

23 Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа  $z = 1 - \sqrt{3}i$ .

24 Вычислить значение выражения  $(1 + \sqrt{3}i)^{10}$ , используя тригонометрическую запись комплексного числа.

25 Найти все значения корня  $\sqrt[4]{1-i}$  и изобразить в комплексной плоскости.

26 Изобразить множество точек на плоскости комплексной переменной  $\mathbb{C}$ , заданное условием  $E = \{z \mid |z - i| \leq 1, 1 \leq \operatorname{Im} z \leq 2\}$ .

27 Вычислить интеграл  $\int_{|z|=2} \frac{e^z}{z(z+1)} dz$ , используя теорему Ко-

ши о вычетах.

28 Вычислить интеграл  $\int_{|z|=\frac{1}{2}} z^2 \sin \frac{1}{z} dz$ , используя теорему

Коши о вычетах.

29 Вычислить интеграл  $\int_{|z|=2} \frac{\sin \pi z}{z^2 - z} dz$ , используя теорему Коши

о вычетах.

30 Найти в особых точках вычеты функции  $f(z) = \frac{\cos z}{z^2(z+3)}$ .

31 Вычислить интеграл с помощью интеграла типа Коши

$$\int_{|z|=1} \frac{\cos z}{z^3} dz.$$

32 Найти в особых точках вычеты функции

$$f(z) = \frac{e^z}{(z+1)^2(z-2)}.$$

33 Найти изображение оригинала  $f(t) = \sin^2 t, t \geq 0$

34 Найти оригинал по заданному изображению

$$F(p) = \frac{1}{p^2 + 4p + 3}.$$

35 Решить задачу Коши  $\begin{cases} x' - x = 1, \\ x(0) = -1, \end{cases}$  используя преобразование

Лапласа.

2.8 а)  $\frac{p^2 + 12p + 4}{p(p^2 + 12p + 36)},$

б)  $\frac{6}{p^2 + p - 2}.$

2.9 а)  $\frac{2p^2 - 2p + 4}{p(p^2 + 4p + 4)},$

б)  $\frac{4}{p^2 - 2p - 3}.$

2.10 а)  $\frac{3p^2 + 2p + 8}{p(p^2 + 6p + 9)},$

б)  $\frac{5}{p^2 - 3p + 2}.$

2.11 а)  $\frac{4p^2 - 3p + 3}{p(p^2 - 4p + 4)},$

б)  $\frac{3}{p^2 + 4p - 5}.$

2.12 а)  $\frac{2p^2 - 5p + 4}{p(p^2 - 6p + 9)},$

б)  $\frac{2}{p^2 + 3p + 2}.$

2.13 а)  $\frac{3p^2 - 4p + 5}{p(p^2 + 2p + 1)},$

б)  $\frac{1}{p^2 + 2p - 3}.$

2.14 а)  $\frac{p^2 - 3p + 4}{p(p^2 - 2p + 1)},$

б)  $\frac{p}{p^2 + p + 1}.$

2.15 а)  $\frac{2p^2 - 3p + 3}{p(p^2 + 8p + 16)},$

б)  $\frac{p^2}{(p+2)^3}.$

2.16 а)  $\frac{4p^2 + 3p + 1}{p(p^2 + 10p + 25)},$

б)  $\frac{1}{p(p+2)^2}.$

2.17 а)  $\frac{4p}{(p^2 + 36)(p^2 + 1)},$

б)  $\frac{2}{p^2 + 3p - 4}.$

2.18 а)  $\frac{6}{(p^2 + 4)(p^2 + 9)},$

б)  $\frac{3}{p^2 - 4p + 3}.$

2.19 а)  $\frac{5p^2}{(p^2 + 25)(p^2 + 1)},$

б)  $\frac{1}{p^2 - 3p - 4}.$

2.20 а)  $\frac{7p}{(p^2 + 36)(p^2 + 49)},$

б)  $\frac{4}{p^2 + 5p - 6}.$

2.21 а)  $\frac{3p^2 + 5p + 3}{p(p^2 - 16p + 64)},$

б)  $\frac{1}{(p^2 + 9)^2}.$

1.23 а)  $t \sin 6t$ ,

1.24 а)  $2t \cdot \operatorname{ch} 5t$ ,

1.25 а)  $e^{-3t} \cos 4t$ ,

1.26 а)  $2t \cdot \operatorname{sh} 6t$ ,

1.27 а)  $t \cos t \sin t$ ,

1.28 а)  $e^{-5t} \operatorname{sh} 4t$

1.29 а)  $te^t \operatorname{sh} t$ ,

1.30 а)  $t^2 e^{-t}$ ,

1.31 а)  $e^{2t} \cos t$ ,

2 Найти оригиналы по изображению:

2.1 а)  $\frac{2p}{(p^2+1)(p^2+4)}$ ,

2.2 а)  $\frac{3}{(p^2+9)(p^2+16)}$ ,

2.3 а)  $\frac{6p^2}{(p^2+25)(p^2+36)}$ ,

2.4 а)  $\frac{7}{(p^2+49)(p^2+64)}$ ,

2.5 а)  $\frac{3p}{(p^2+9)(p^2+1)}$ ,

2.6 а)  $\frac{5p^2}{(p^2+4)(p^2+25)}$ ,

2.7 а)  $\frac{4}{(p^2+36)(p^2+16)}$ ,

б)  $e^t \sin t$ .

б)  $\int_0^t \cos^2 \tau d\tau$ .

б)  $\int_0^t \sin^2 \tau d\tau$ .

б)  $e^2 \operatorname{sh} 2t$ .

б)  $\cos^2 2t$ .

б)  $e^t \operatorname{sh} 2t$ .

б)  $\int_0^t \cos 4\tau d\tau$ .

б)  $t^2 \cos 2t$ .

б)  $e^{-2t} \sin^2 t$ .

б)  $\frac{e^{-2p}}{p^2}$ .

б)  $\frac{e^{-p}}{p^4}$ .

б)  $\frac{pe^{-p}}{p^2+1}$ .

б)  $\frac{1}{p^2+4}$ .

б)  $\frac{1}{(p^2-1)(p^2+4)}$ .

б)  $\frac{e^{-p}}{p^3}$ .

б)  $\frac{7}{p^2+4p+3}$ .

### Индивидуальные домашние задания по разделу «Гармонический анализ»

1 На промежутке  $[0; \pi]$  разложить в ряд Фурье а) по косинусам, б) по синусам функции (нарисовать в обоих случаях графики суммы рядов для  $n = 1, 2, 3$ ):

1.1  $f(x) = 4x + 6$ .

1.3  $f(x) = 2x + 8$ .

1.5  $f(x) = 3x + 5$ .

1.7  $f(x) = 4x + 3$ .

1.9  $f(x) = 5x + 5$ .

1.11  $f(x) = 3x + 6$ .

1.13  $f(x) = 3x - 6$ .

1.15  $f(x) = 3x + 6$ .

1.17  $f(x) = 2x - 6$ .

1.19  $f(x) = -9x + 1$ .

1.21  $f(x) = 2x - 9$ .

1.23  $f(x) = x + 5$ .

1.25  $f(x) = 3x + 1$ .

1.27  $f(x) = 5x - 7$ .

1.29  $f(x) = -x + 6$ .

1.2  $f(x) = 6x - 3$ .

1.4  $f(x) = -x + 2$ .

1.6  $f(x) = -x + 1$ .

1.8  $f(x) = 9x + 4$ .

1.10  $f(x) = 2x + 7$ .

1.12  $f(x) = 7x - 6$ .

1.14  $f(x) = 2x + 6$ .

1.16  $f(x) = 4x - 6$ .

1.18  $f(x) = x + 6$ .

1.20  $f(x) = 9x - 6$ .

1.22  $f(x) = 3x - 9$ .

1.24  $f(x) = 8x - 1$ .

1.26  $f(x) = 8x + 3$ .

1.28  $f(x) = 4x + 6$ .

1.30  $f(x) = 5x + 6$ .

2 На отрезке  $[-1; 1]$  разложить в ряд Фурье функции:

2.1  $f(x) = 2|x| - 3$ .

2.3  $f(x) = |x| - 5$ .

2.5  $f(x) = 4|x| + 8$ .

2.7  $f(x) = -5|x| + 1$ .

2.9  $f(x) = 3|x| + 7$ .

2.11  $f(x) = 7|x| - 1$ .

2.2  $f(x) = 2|x| + 1$ .

2.4  $f(x) = -3|x| + 2$ .

2.6  $f(x) = -|x| - 6$ .

2.8  $f(x) = -2|x| - 4$ .

2.10  $f(x) = -2|x| + 5$ .

2.12  $f(x) = |x| + 9$ .

- 2.13  $f(x) = |x| + 1$ .      2.14  $f(x) = 5|x|$ .  
 2.15  $f(x) = -6|x| + 2$ .      2.16  $f(x) = -3|x| + 1$ .  
 2.17  $f(x) = 5|x| + 2$ .      2.18  $f(x) = -|x| - 6$ .  
 2.19  $f(x) = |x| - 8$ .      2.20  $f(x) = -4|x| + 1$ .  
 2.21  $f(x) = -5|x| + 7$ .      2.22  $f(x) = 2|x| - 8$ .  
 2.23  $f(x) = 7|x| + 2$ .      2.24  $f(x) = |x| + 8$ .  
 2.25  $f(x) = -3|x| + 7$ .      2.26  $f(x) = -|x| + 1$ .  
 2.27  $f(x) = 5|x| + 2$ .      2.28  $f(x) = |x| - 6$ .  
 2.29  $f(x) = |x| - 8$ .      2.30  $f(x) = 4|x| + 1$ .

3 Разложить в ряд Фурье на отрезке  $[-\pi; \pi]$  функции (нарисовать графики суммы рядов для  $n = 1, 2, 3$ ):

- 3.1  $f(x) = \begin{cases} 1+x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 1 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$       3.2  $f(x) = \begin{cases} -1+2x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 1 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$   
 3.3  $f(x) = \begin{cases} 2-x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ -1 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$       3.4  $f(x) = \begin{cases} -1-2x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 0 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$   
 3.5  $f(x) = \begin{cases} -x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 2 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$       3.6  $f(x) = \begin{cases} 5+2x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ -1 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$   
 3.7  $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 7 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$       3.8  $f(x) = \begin{cases} 4-x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 3 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$

### Индивидуальные домашние задания по разделу «Операционное исчисление»

1 Используя свойства преобразования Лапласа, найти изображения функций:

- 1.1 а)  $2t \sin 2t$ ,      б)  $\sin^2 t$ .  
 1.2 а)  $3t^2 e^{2t}$ ,      б)  $\cos^2 t$ .  
 1.3 а)  $3t \cos 2t$ ,      б)  $\sin^4 t$ .  
 1.4 а)  $t^2 \cos 2t$ .      б)  $t^2 \sin^2 t$ .  
 1.5 а)  $3t \cdot \text{sh } 3t$ ,      б)  $\cos^4 t$ .  
 1.6 а)  $3e^{-3t} \sin t$ ,      б)  $\text{sh}^2 t$ .  
 1.7 а)  $4e^{3t} \cos t$ ,      б)  $\frac{\sin 2t}{t}$ .  
 1.8 а)  $e^t \text{ch } t$ ,      б)  $\int_0^t \cos 2\tau d\tau$ .  
 1.9 а)  $t \sin 3t$ ,      б)  $\int_0^t \frac{\sin \tau}{\tau} d\tau$ .  
 1.10 а)  $2e^t \text{ch } t$ ,      б)  $t^2 \cos t$ .  
 1.11 а)  $-3t \cos 3t$ ,      б)  $\cos^3 t$ .  
 1.12 а)  $4t^3 e^{-t}$ ,      б)  $e^{-t} \sin^2 t$ .  
 1.13 а)  $2t \text{ch } 2t$ ,      б)  $\sin^3 t$ .  
 1.14 а)  $4t \cdot \text{sh } 2t$ ,      б)  $t^3 e^{-t}$ .  
 1.15 а)  $2e^{-4t} \sin 5t$ ,      б)  $\frac{\sin^2 t}{t}$ .  
 1.16 а)  $2t \cos^2 t$ ,      б)  $\text{ch}^2 t$ .  
 1.17 а)  $2e^{-5t} \cos 4t$ ,      б)  $t \cdot \text{ch } 2t$ .  
 1.18 а)  $4t \cdot \text{sh } 2t$ ,      б)  $t^3 e^{2t}$ .  
 1.19 а)  $t^3 e^{-2t}$ ,      б)  $t^3 e^{-t}$ .  
 1.20 а)  $e^{-2t} \sin 4t$ ,      б)  $t^2 e^{-2t}$ .  
 1.21 а)  $t \cos^2 2t$ ,      б)  $t^3 e^{2t}$ .  
 1.22 а)  $e^{3t} \text{sh } 4t$ ,      б)  $t \cdot \text{sh } 2t$ .



$$4.25 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos x dx}{(x^2 - 2x + 10)^2}.$$

$$4.27 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + 4} dx.$$

$$4.29 \int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{(x^2 + 25)^2} dx.$$

$$4.26 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x}{x^2 + 1} dx.$$

$$4.28 \int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + 4} dx.$$

$$4.30 \int_0^{\infty} \frac{\cos x}{x^2 + x + 1} dx.$$

3.9

$$f(x) = \begin{cases} 1+2x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ -1 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.11

$$f(x) = \begin{cases} -3 & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 1+2x & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.13

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ x-1 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.15

$$f(x) = \begin{cases} 4 & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ x-1 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.17

$$f(x) = \begin{cases} 4x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 1 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.19

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 2x-6 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.21

$$f(x) = \begin{cases} 3 & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 2x-5 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.23

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 5x-3 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.25

$$f(x) = \begin{cases} -3 & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ x-1 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.10

$$f(x) = \begin{cases} 3-x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ -2 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.12

$$f(x) = \begin{cases} 5x-1 & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 1 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.14

$$f(x) = \begin{cases} -2x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 2 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.16

$$f(x) = \begin{cases} 1-2x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 3 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.18

$$f(x) = \begin{cases} -2+x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 2 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.20

$$f(x) = \begin{cases} 3+2x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 7 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.22

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 9 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.24

$$f(x) = \begin{cases} 7+2x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 4 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.26

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 2 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.27

$$f(x) = \begin{cases} 6+2x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ -1 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.29

$$f(x) = \begin{cases} 5+x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ -2 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.28

$$f(x) = \begin{cases} -2x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 9 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3.30

$$f(x) = \begin{cases} 1-3x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 3 & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

**Индивидуальные домашние задания по разделу  
«Функции комплексной переменной»**

**ИДЗ 1 Аналитические функции**

1 Проверить, являются ли аналитическими функции:

1.1  $f(z) = z \cdot \cos z$ .

1.2  $f(z) = \bar{z} \cdot e^z$ .

1.3  $f(z) = z \cdot \ln z$ .

1.4  $f(z) = z + \sin z$ .

1.5  $f(z) = e^z \cdot \operatorname{Re} z$ .

1.6  $f(z) = z \cdot \operatorname{Im} z$ .

1.7  $f(z) = \bar{z} \cdot \sin z$ .

1.8  $f(z) = (\bar{z})^2 + z$ .

1.9  $f(z) = e^{\bar{z}} - 1$ .

1.10  $f(z) = e^z + z^2$ .

1.11  $f(z) = z \cdot \bar{z} + e^z$ .

1.12  $f(z) = \cos z \cdot \operatorname{Re} z$ .

1.13  $f(z) = \ln z + \bar{z}$ .

1.14  $f(z) = \ln \bar{z} - e^z$ .

1.15  $f(z) = z \cdot \bar{z} - \frac{\bar{z}}{z}$ .

1.16  $f(z) = \frac{z}{\bar{z}}$ .

1.17  $f(z) = z - \operatorname{ch} \bar{z}$ .

1.18  $f(z) = \sin \bar{z}$ .

1.19  $f(z) = \operatorname{Re} e^z + \operatorname{Im} z$ .

1.20  $f(z) = \operatorname{sh} z - z$ .

1.21  $f(z) = 2^{z^2}$ .

1.22  $f(z) = 3^z \cdot \operatorname{Im} z$ .

1.23  $f(z) = \bar{z} \cdot \operatorname{Im} e^{2z}$ .

1.24  $f(z) = \ln z^2$ .

1.25  $f(z) = e^z + e^{\bar{z}}$ .

1.26  $f(z) = \ln \bar{z} + z$ .

1.27  $f(z) = 3^z$ .

1.28  $f(z) = \ln z + e^{2z}$ .

1.29  $f(z) = \frac{\bar{z}}{z} - z$ .

1.30  $f(z) = z^{\frac{1}{2}} + \bar{z}$ .

4 Вычислить интегралы:

4.1  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 3x}{(x^2+1)^2} dx$ .

4.2  $\int_0^{\infty} \frac{\cos 4x dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$ .

4.3  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin 2x}{x^2+4} dx$ .

4.4  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin 2x dx}{x^2+8x+25}$ .

4.5  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 3x dx}{x^2+6x+18}$ .

4.6  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x dx}{(x^2+2x+2)^2}$ .

4.7  $\int_0^{\infty} \frac{x^2 \cos x}{(x^2+1)^2} dx$ .

4.8  $\int_0^{\infty} \frac{x \sin 3x dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$ .

4.9  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x dx}{(x^2+1)(x^2+9)}$ .

4.10  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x dx}{x^2+6x+10}$ .

4.11  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 4x dx}{x^2+2x+10}$ .

4.12  $\int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{(x^2+9)^2} dx$ .

4.13  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 3x dx}{x^2+4x+13}$ .

4.14  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin 2x}{(x^2+1)^2} dx$ .

4.15  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 7x}{x^2+6x+10} dx$ .

4.16  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin 3x}{x^2+2x+5} dx$ .

4.17  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x \sin 4x}{(x^2+1)^2} dx$ .

4.18  $\int_0^{\infty} \frac{x^2 \cos 2x}{(x^2+1)^2} dx$ .

4.19  $\int_0^{\infty} \frac{x \sin 3x}{(x^2+4)^2} dx$ .

4.20  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x^2+x+1} dx$ .

4.21  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x dx}{x^2+4x+20}$ .

4.22  $\int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{1+x^2} dx$ .

4.23  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos x}{x^2+x+1} dx$ .

4.24  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos x dx}{x^2-4x+5}$ .

$$3.7 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+9)}.$$

$$3.9 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+x+1}.$$

$$3.11 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{(x^2+4x+13)^2}.$$

$$3.13 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x dx}{(x^2+8x+25)^2}.$$

$$3.15 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+2x+2)^2} dx.$$

$$3.17 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x^2+4x+5)^2} dx.$$

$$3.19 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2-4}{(x^2+9)^2} dx.$$

$$3.21 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x+2}{(x^2+6x+18)^2} dx$$

$$3.23 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{(x^2+2x+17)^2}.$$

$$3.25 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x-1}{(x^2+81)^2} dx.$$

$$3.27 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+2) dx}{(x^2+2x+10)^2}.$$

$$3.29 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+25)^2} dx.$$

$$3.8 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2+x}{(x^2+25)^2} dx.$$

$$3.10 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2+x+1} dx.$$

$$3.12 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+x+1)}$$

$$3.14 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x+1}{(x^2+9)^2} dx.$$

$$3.16 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x+1}{(x^2+1)^2} dx.$$

$$3.18 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2}.$$

$$3.20 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+4)^2} dx.$$

$$3.22 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+2x+10)^2}.$$

$$3.24 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{3x-1}{(x^2+4)^2} dx.$$

$$3.26 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x-3}{(x^2+9)^2} dx.$$

$$3.28 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x^2+16)^2} dx.$$

$$3.30 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x+2}{(x^2-6x+18)^2} dx.$$

2 Найти аналитические функции  $f$  по заданной действительной  $u(x; y)$  или мнимой  $v(x; y)$  части (предварительно проверив, что функция может быть действительной или мнимой частью аналитической функции):

$$2.1 \quad u(x, y) = 2x^2 - y^2 + x.$$

$$2.3 \quad u(x, y) = e^{x+1} \cdot \cos y.$$

$$2.5 \quad v(x, y) = x^2 - y^2 + 2x + 1.$$

$$2.7 \quad u(x, y) = \sin 2x \cdot \cos 2y.$$

$$2.9 \quad v(x, y) = 3x^2 \cdot y - 3y^2 - 2y.$$

$$2.11 \quad v(x, y) = 9x^2 \cdot y - 3y^3.$$

$$2.13 \quad v(x, y) = -\sin 2y \cdot \sin(2x - 1)$$

$$2.15 \quad v(x, y) = x^3 - 3x \cdot y^2.$$

$$2.17 \quad v(x, y) = -e^{-2y} \cdot \cos 2x + x.$$

$$2.19 \quad u(x, y) = x^2 + y^2 + x \cdot y.$$

$$2.21 \quad u(x, y) = \ln(2x^2 + y^2).$$

$$2.23 \quad v(x, y) = y - e^{2x} \cdot \sin 2y.$$

$$2.25 \quad v(x, y) = -\frac{1}{2} \cdot \ln(x^2 + y^2).$$

$$2.27 \quad u(x, y) = e^{x^2-y^2} \cdot \cos 2xy.$$

$$2.29 \quad v(x, y) = e^{x^2-y^2} \cdot \sin 2xy.$$

$$2.2 \quad v(x, y) = e^{-2y} \cdot \cos x.$$

$$2.4 \quad v(x, y) = \sin 2y \cdot \cos 2x.$$

$$2.6 \quad v(x, y) = (y+1)^2 - x^2.$$

$$2.8 \quad u(x, y) = x^2 - (y+1)^2.$$

$$2.10 \quad u(x, y) = 2x \cdot (y+1).$$

$$2.12 \quad v(x, y) = 2x \cdot y + y.$$

$$2.14 \quad v(x, y) = y + x \cdot y^2.$$

$$2.16 \quad v(x, y) = 3x^2 \cdot y - y^3.$$

$$2.18 \quad u(x, y) = x^3 + 3x \cdot y^2.$$

$$2.20 \quad u(x, y) = e^x \cdot \sin y.$$

$$2.22 \quad v(x, y) = x^2 - y^2 - 1.$$

$$2.24 \quad u(x, y) = -y \cdot (4x+1)$$

$$2.26 \quad v(x, y) = x + y.$$

$$2.28 \quad u(x, y) = x^2 - y^2 - x.$$

$$2.30 \quad v(x, y) = \sin x \cdot \operatorname{sh} y.$$

3 Вычислить интегралы (в интегралах по замкнутому контуру контур обходит против часовой стрелки):

$$3.1 \int_{\substack{|z|=1 \\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi}} z \cdot \operatorname{Re} z dz .$$

$$3.3 \int_{\substack{|z|=1 \\ 0 \leq \varphi \leq \pi}} z^2 \cdot \operatorname{Im} z dz .$$

$$3.5 \int_{\substack{|z|=2 \\ -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}}} (z - \bar{z}^2) dz .$$

$$3.7 \int_{|z|=2} \bar{z} \cdot e^z dz .$$

$$3.9 \int_{\substack{|z|=1 \\ 0 \leq \varphi \leq \pi}} \bar{z} \cdot \operatorname{Im} z dz .$$

$$3.11 \int_{\substack{y=x \\ z_1=0 \\ z_2=1+i}} (z^2 + \bar{z}) dz .$$

$$3.13 \int_{\substack{|z|=2 \\ -\pi \leq \varphi \leq \pi}} z \cdot \operatorname{Re} z dz .$$

$$3.15 \int_{\substack{|z|=2 \\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi}} z \cdot \operatorname{Re} z^2 dz .$$

$$3.17 \int_{\substack{y=x \\ z_1=0 \\ z_2=1+i}} z^2 \cdot \operatorname{Im} z dz .$$

$$3.19 \int_{\substack{y=x \\ z_1=0 \\ z_2=1+i}} z^2 \cdot \operatorname{Re} z dz .$$

$$3.2 \int_{\substack{|z|=1 \\ -\pi \leq \varphi \leq \pi}} \operatorname{Re} z^2 dz .$$

$$3.4 \int_{\substack{|z|=2 \\ -\frac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}}} (z^2 - z) dz .$$

$$3.6 \int_{\substack{y=x^2 \\ z_1=0 \\ z_2=1+i}} z \cdot \operatorname{Im} z dz .$$

$$3.8 \int_{|z|=1} z \cdot e^{|z|^2} dz .$$

$$3.10 \int_{\substack{|z|=1 \\ 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}}} \operatorname{Im} 2z dz .$$

$$3.12 \int_{\substack{|z|=1 \\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi}} z \cdot \operatorname{Im} z dz .$$

$$3.14 \int_{\substack{|z|=2 \\ 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}}} \operatorname{Im} z^2 dz .$$

$$3.16 \int_{\substack{y=x \\ z_1=0 \\ z_2=1+i}} (1 + 2\bar{z}) dz .$$

$$3.18 \int_{|z|=3} z \cdot \operatorname{Im} z^2 dz .$$

$$3.20 \int_{\substack{y=x \\ z_1=0 \\ z_2=1+i}} (\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z) dz .$$

$$2.13 \int_0^{2\pi} \frac{(1 - \sin 2x) dx}{\sin x + \cos x + 2} .$$

$$2.15 \int_0^{2\pi} \frac{\cos x dx}{2 + \sin x + \cos x} .$$

$$2.17 \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x + 2} dx .$$

$$2.19 \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 x}{5 + 2 \sin x} dx .$$

$$2.21 \int_0^{2\pi} \frac{\cos x}{4 + \sin x} dx .$$

$$2.23 \int_0^{2\pi} \frac{\sin x dx}{4 - 3 \sin x + 2 \cos x} .$$

$$2.25 \int_0^{2\pi} \frac{\cos x dx}{2 + \sin x + \cos x} .$$

$$2.27 \int_0^{2\pi} \frac{dx}{5 + 4 \cos x} .$$

$$2.29 \int_0^{2\pi} \frac{dx}{5 + 4 \sin x} .$$

$$2.14 \int_0^{2\pi} \frac{(3 \sin x + 1) dx}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x} .$$

$$2.16 \int_0^{2\pi} \frac{\sin 2x}{8 + \sin x} dx .$$

$$2.18 \int_0^{2\pi} \frac{3 \sin x + \cos x}{2 + \cos x} dx .$$

$$2.20 \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x}{4 + \cos x} dx .$$

$$2.22 \int_0^{2\pi} \frac{\cos x + \sin x}{2 + \cos x} dx .$$

$$2.24 \int_0^{2\pi} \frac{(1 - \cos 2x) dx}{3 + \sin x + \cos x} .$$

$$2.26 \int_0^{2\pi} \frac{\cos x}{13 - 12 \cos x} dx .$$

$$2.28 \int_0^{2\pi} \frac{\cos x}{5 - 4 \cos x} dx .$$

$$2.30 \int_0^{2\pi} \frac{(1 - 2 \sin x) dx}{\cos^2 x + 2 \sin^2 x + 3} .$$

3 Вычислить интегралы:

$$3.1 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2} .$$

$$3.3 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2x + 2)^2} .$$

$$3.5 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + x + 1)^2} .$$

$$3.2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)} .$$

$$3.4 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)} .$$

$$3.6 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2 - x + 1} dx .$$

$$1.19 \int_{|z|=3} \frac{e^{z^2}}{z^2 + 2iz} dz.$$

$$1.21 \int_{|z+i|=3} \frac{z \cdot dz}{z^2 - 2z - 8}.$$

$$1.23 \int_{|z+2i|=3} \frac{z \cdot e^z \cdot dz}{z^2 + 8z - 20}.$$

$$1.25 \int_{|z-2|=2} \frac{z \cdot dz}{(z+1)(z-2)^2}.$$

$$1.27 \int_{|z|=2} z \cdot e^{\frac{1}{z}} dz.$$

$$1.29 \int_{|z|=1} \frac{e^z \cdot dz}{z^3}.$$

$$1.20 \int_{|z-i|=3} \frac{z \cdot \sin z}{z^2 + 5z - 6} dz.$$

$$1.22 \int_{|z+3|=2} \frac{z^2 - z}{z^2 + 6z + 10} dz.$$

$$1.24 \int_{|z-2|=2} \frac{z \cdot dz}{(z-1)(z-2)}.$$

$$1.26 \int_{|z+2|=2} \frac{z \cdot dz}{(z+3)^2(z+5)}.$$

$$1.28 \int_{|z|=1} \sin^2 \frac{1}{z} dz.$$

$$1.30 \int_{|z-2|=1} \frac{\cos z}{(z-2)^2} dz.$$

$$3.21 \int_{\substack{|z|=1 \\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi}} (\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z) dz.$$

$$3.23 \int_{\substack{|z|=1 \\ 0 \leq \varphi \leq \pi}} \operatorname{Re} z dz.$$

$$3.25 \int_{\substack{y=x \\ z_1=0 \\ z_2=1+i}} \bar{z} dz.$$

$$3.27 \int_{\substack{|z|=1 \\ 0 \leq \varphi \leq \pi}} z \cdot \bar{z} dz.$$

$$3.29 \int_{\substack{y=-x \\ z_1=1-i \\ z_2=0}} z \cdot \bar{z} dz.$$

$$3.22 \int_{\substack{|z|=1 \\ -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}}} (z - \bar{z}) dz.$$

$$3.24 \int_{\substack{|z|=1 \\ 0 \leq \varphi \leq \pi}} \operatorname{Im} z dz.$$

$$3.26 \int_{\substack{|z|=1 \\ -\pi \leq \varphi \leq \pi}} \bar{z} dz.$$

$$3.28 \int_{\substack{|z|=1 \\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi}} (\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z^2) dz.$$

$$3.30 \int_{\substack{y=x+1 \\ z_1=i \\ z_2=1+i}} (1 + 3i - z^2) dz.$$

2 Вычислить интегралы:

$$2.1 \int_0^{2\pi} \frac{dx}{2 + \cos x}.$$

$$2.3 \int_0^{2\pi} \frac{dx}{2 + \sin x}.$$

$$2.5 \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos x}{2 + \sin x} dx.$$

$$2.7 \int_0^{2\pi} \frac{dx}{3 - 2 \cos x + \sin x}.$$

$$2.9 \int_0^{2\pi} \frac{dx}{3 + 2 \sin x}.$$

$$2.11 \int_0^{2\pi} \frac{dx}{3 + 2 \cos x}.$$

$$2.2 \int_0^{2\pi} \frac{dx}{3 + \cos x}.$$

$$2.4 \int_0^{2\pi} \frac{(1 + \sin 2x) dx}{4 + \cos x + 3 \sin x}.$$

$$2.6 \int_0^{2\pi} \frac{dx}{5 + 3 \cos x}.$$

$$2.8 \int_0^{2\pi} \frac{dx}{3 - 2 \cos x}.$$

$$2.10 \int_0^{2\pi} \frac{dx}{4 + 3 \cos x}.$$

$$2.12 \int_0^{2\pi} \frac{dx}{3 - \sin x}.$$

4 Вычислить интегралы по замкнутому контуру с помощью интегральной формулы Коши (контур обходится против часовой стрелки), сделать чертеж:

$$4.1 \int_{|z|=4} \frac{\operatorname{ch} iz dz}{(z-1)^2 \cdot (z-i)}.$$

$$4.3 \int_{|z|=4} \frac{e^{i-z}}{(z+2)^2 \cdot z} dz.$$

$$4.5 \int_{|z|=4} \frac{dz}{(z-3i) \cdot (z+1)^2}.$$

$$4.7 \int_{|z|=2} \frac{e^{z^2}}{(z-1) \cdot z^2} dz.$$

$$4.9 \int_{|z|=4} \frac{\sin z dz}{(z+2)^2 \cdot (z-1)}.$$

$$4.2 \int_{|z|=3} \frac{e^z}{z^2 \cdot (z-2)} dz.$$

$$4.4 \int_{|z|=2} \frac{\sin \pi z dz}{(z-1) \cdot (z+1)^2}.$$

$$4.6 \int_{|z|=5} \frac{dz}{(z+4i)(z-2)^2}.$$

$$4.8 \int_{|z|=3} \frac{\cos z dz}{(z-i)^2(z-2)}.$$

$$4.10 \int_{|z|=2} \frac{\pi \cdot z dz}{(z-1)^2(z-i)}.$$

$$4.11 \int_{|z|=5} \frac{\cos^2 z dz}{(z-4)^2(z+1)}.$$

$$4.13 \int_{|z|=4} \frac{\cos 2z dz}{(z+2)(z-2)^2}.$$

$$4.15 \int_{|z|=3} \frac{\operatorname{th} \pi z dz}{(z+1)(z-2)^2}.$$

$$4.17 \int_{|z|=3} \frac{\sin z dz}{(z-1)^2(z+2)}.$$

$$4.19 \int_{|z|=3} \frac{\cos 2z}{z^2 \cdot (z+2)} dz.$$

$$4.21 \int_{|z|=2} \frac{\operatorname{tg} z}{z \cdot (z+i)^2} dz.$$

$$4.23 \int_{|z|=3} \frac{\cos z}{z^2 \cdot (z+2)} dz.$$

$$4.25 \int_{|z|=3} \frac{e^{i \cdot z}}{z^2 \cdot (z+2)} dz.$$

$$4.27 \int_{|z|=4} \frac{z^2 dz}{(z-1)^2(z+3)}.$$

$$4.29 \int_{|z|=2} \frac{e^{i \cdot z} dz}{(z-1)^2 \cdot (z+1)}.$$

$$4.12 \int_{|z|=2} \frac{e^{i \cdot z^2}}{z^2 \cdot (z-i)} dz.$$

$$4.14 \int_{|z|=2} \frac{(z+2i) dz}{(z-1)(z+1)^2}.$$

$$4.16 \int_{|z|=3} \frac{\sin \pi z dz}{(z-2) \cdot (z-1)^2}.$$

$$4.18 \int_{|z|=2} \frac{z^2 dz}{(z+i)^2(z-1)}.$$

$$4.20 \int_{|z|=2} \frac{\sin 2z dz}{(z-1)^2 \cdot (z+i)}.$$

$$4.22 \int_{|z|=3} \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi}{2} \cdot z}{z^2 \cdot (z-2)} dz.$$

$$4.24 \int_{|z|=3} \frac{z \cdot \operatorname{sh} z dz}{(z+i) \cdot (z-2)^2}.$$

$$4.26 \int_{|z|=5} \frac{z dz}{(z-2)^2(z+4)}.$$

$$4.28 \int_{|z|=2} \frac{e^{i \cdot z}}{z(z-1)^2} dz.$$

$$4.30 \int_{|z|=4} \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi z}{2} dz}{(z-3) \cdot (z+i)^2}.$$

$$4.27 f(z) = \frac{z^2 + 1}{(z-2)^2}.$$

$$4.29 f(z) = \frac{e^{z^2}}{z^3}.$$

$$4.28 f(z) = \frac{1}{(z-1)^2}.$$

$$4.30 f(z) = z^2 \cdot \sin \frac{\pi}{z}.$$

### ИДЗ-3 Вычисление интегралов с помощью вычетов

1 Вычислить с помощью основной теоремы теории вычетов интегралы (контур обходится против часовой стрелки):

$$1.1 \int_{|z+i|=2} \frac{e^{iz} dz}{z^2 + 4}.$$

$$1.3 \int_{|z|=2} \frac{e^z \cdot dz}{(z+1) \cdot z^2}.$$

$$1.5 \int_{|z|=3} \frac{e^{2z} dz}{z^2 + 2z}.$$

$$1.7 \int_{|z+i|=3} \frac{e^z dz}{z^2 + 3z + 2}.$$

$$1.9 \int_{|z-i|=5} \frac{e^{z^2} \cdot dz}{z^2 + 4z + 4}.$$

$$1.11 \int_{|z-2|=3} \frac{e^z \cdot dz}{z^2(z-2)}.$$

$$1.13 \int_{|z+2|=1} \frac{e^z \cdot dz}{z(z+2)^2}.$$

$$1.15 \int_{|z|=2} \frac{dz}{z(z^2-1)}.$$

$$1.17 \int_{|z|=5} \frac{z \cdot e^z}{z^2 + 4z}.$$

$$1.2 \int_{|z-1|=2} \frac{z \cdot \cos z}{(z-1)^2}.$$

$$1.4 \int_{|z|=2} \frac{dz}{z^2 + 1}.$$

$$1.6 \int_{|z|=3} \frac{z \cdot dz}{z^2 + 4}.$$

$$1.8 \int_{|z-1|=2} \frac{z^2 \cdot dz}{(z-1)^3}.$$

$$1.10 \int_{|z|=3} \frac{\cos z dz}{z^2 + 2z}.$$

$$1.12 \int_{|z|=4} \frac{z}{z+3} e^{\frac{1}{2z}} dz.$$

$$1.14 \int_{|z+i|=2} \frac{z^2 \cdot dz}{(z^2+1)^2}.$$

$$1.16 \int_{|z-1|=2} \frac{dz}{(z-1)^2}.$$

$$1.18 \int_{|z+1|=2} \frac{\sin z}{(z+1)^2}.$$

4 Найти вычеты в изолированных особых точках функций:

- 4.1  $f(z) = \frac{\sin z}{z^2}$ .      4.2  $f(z) = \frac{1}{(z+1)^2} \sin \frac{1}{z+1}$ .
- 4.3  $f(z) = \frac{z^4}{(z-1)^2}$ .      4.4  $f(z) = \frac{\cos z}{(z+1)^2}$ .
- 4.5  $f(z) = \frac{z^2+1}{z^2-1}$ .      4.6  $f(z) = \frac{1}{z^2+4}$ .
- 4.7  $f(z) = \frac{z}{(z-1)(z-3)}$ .      4.8  $f(z) = \cos \frac{z}{z-1}$ .
- 4.9  $f(z) = \frac{2z^2+3z-1}{(z-1) \cdot z^2}$ .      4.10  $f(z) = \frac{\sin 2z}{(z+1)^3}$ .
- 4.11  $f(z) = z^3 \cdot e^{-\frac{1}{z}}$ .      4.12  $f(z) = \frac{\cos^3 z}{z^3}$ .
- 4.13  $f(z) = z \cdot \cos^2 \frac{\pi}{z}$ .      4.14  $f(z) = z \cdot e^{\frac{1}{z-1}}$ .
- 4.15  $f(z) = \frac{1}{(z-2)^2} \cos \frac{1}{z-2}$ .      4.16  $f(z) = \frac{e^z}{(z+1)^2}$ .
- 4.17  $f(z) = \frac{e^z}{z^3}$ .      4.18  $f(z) = \frac{e^z}{(z+1)^2}$ .
- 4.19  $f(z) = \frac{1}{z+z^3}$ .      4.20  $f(z) = \frac{z+1}{z^2}$ .
- 4.21  $f(z) = \frac{z^2}{(z-2)^3}$ .      4.22  $f(z) = \frac{1}{z^2-2z+5}$ .
- 4.23  $f(z) = \frac{z+1}{(z^2+4)^2}$ .      4.24  $f(z) = z^3 \cdot \sin^2 \frac{1}{z}$ .
- 4.25  $f(z) = \frac{\sin 2z}{(z+1)^3}$ .      4.26  $f(z) = \frac{e^z}{z^2(z+3)}$ .

### ИДЗ-2 Ряды Тейлора и Лорана

1 Разложить функции в ряд Тейлора по степеням  $z - z_0$  и определить круг сходимости полученного ряда:

- 1.1  $f(z) = \frac{1}{z+1}$ ,  $z_0 = i$ .      1.2  $f(z) = \frac{2}{z-1}$ ,  $z_0 = i$ .
- 1.3  $f(z) = \frac{1}{z^2+4}$ ,  $z_0 = 0$ .      1.4  $f(z) = \frac{z}{z+2}$ ,  $z_0 = 1$ .
- 1.5  $f(z) = e^{z+3}$ ,  $z_0 = -1$ .      1.6  $f(z) = e^{2z}$ ,  $z_0 = i$ .
- 1.7  $f(z) = \frac{1}{z+4}$ ,  $z_0 = -1$ .      1.8  $f(z) = \sin z \cos z$ ,  $z_0 = 0$ .
- 1.9  $f(z) = e^z$ ,  $z_0 = -1$ .      1.10  $f(z) = \cos 2z$ ,  $z_0 = 0$ .
- 1.11  $f(z) = \frac{z}{z^2+1}$ ,  $z_0 = 0$ .      1.12  $f(z) = \cos^2 \frac{iz}{2}$ ,  $z_0 = 0$ .
- 1.13  $f(z) = e^z$ ,  $z_0 = 1$ .      1.14  $f(z) = \frac{1}{3z+1}$ ,  $z_0 = -2$ .
- 1.15  $f(z) = e^{2z}$ ,  $z_0 = -1$ .      1.16  $f(z) = e^{z+2}$ ,  $z_0 = 1$ .
- 1.17  $f(z) = \frac{1}{z-2}$ ,  $z_0 = -1$ .      1.18  $f(z) = \frac{1}{z+2}$ ,  $z_0 = 1$ .
- 1.19  $f(z) = \frac{z^2}{(z+1)^2}$ ,  $z_0 = 0$ .      1.20  $f(z) = \frac{1}{z-4}$ ,  $z_0 = 1$ .
- 1.21  $f(z) = \frac{z}{z^2-4z+3}$ ,  $z_0 = 0$ .      1.22  $f(z) = \frac{z}{z^2+4}$ ,  $z_0 = 2$ .
- 1.23  $f(z) = \frac{z}{z^2+4}$ ,  $z_0 = i$ .      1.24  $f(z) = \sin^2 z$ ,  $z_0 = 0$ .
- 1.25  $f(z) = \frac{1}{z-1}$ ,  $z_0 = 2$ .      1.26  $f(z) = \frac{z+1}{z^2+4z}$ ,  $z_0 = 0$ .
- 1.27  $f(z) = \frac{1}{3-2z}$ ,  $z_0 = 3$ .      1.28  $f(z) = \frac{z-1}{z^2-2z}$ ,  $z_0 = 0$ .
- 1.29  $f(z) = \sin z$ ,  $z_0 = \frac{\pi}{4}$ .      1.30  $f(z) = \ln z$ ,  $z_0 = 1$ .

2 Разложить функции в ряд Лорана в окрестности изолированных особых точек и определить область сходимости полученного ряда:

$$2.1 \quad f(z) = \frac{2z}{(z+1)(z-2)}.$$

$$2.2 \quad f(z) = \frac{z-2}{(z+1)z}.$$

$$2.3 \quad f(z) = \frac{z}{z^2+4}.$$

$$2.4 \quad f(z) = \frac{z+1}{z^2-3z+2}.$$

$$2.5 \quad f(z) = \frac{z}{z^2+z-2}.$$

$$2.6 \quad f(z) = \frac{1}{z^2+1}.$$

$$2.7 \quad f(z) = \frac{1}{z^2-4}.$$

$$2.8 \quad f(z) = \frac{1}{z^2+z}.$$

$$2.9 \quad f(z) = \frac{1}{z^2+z-2}.$$

$$2.10 \quad f(z) = \frac{1}{z^2-1}.$$

$$2.11 \quad f(z) = \frac{z}{z^2-4}.$$

$$2.12 \quad f(z) = \frac{z}{(z+1)(z+4)}.$$

$$2.13 \quad f(z) = \frac{z+1}{(z-1)(z+2)}.$$

$$2.14 \quad f(z) = \frac{z-1}{z^2-5z+4}.$$

$$2.15 \quad f(z) = \frac{z}{z^2+5z+4}.$$

$$2.16 \quad f(z) = \frac{1}{z(z+4)}.$$

$$2.17 \quad f(z) = \frac{1}{z^2-z}.$$

$$2.18 \quad f(z) = \frac{1}{z^2-1}.$$

$$2.19 \quad f(z) = \frac{1}{z^2+2z-3}.$$

$$2.20 \quad f(z) = \frac{z}{z^2+4}.$$

$$2.21 \quad f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}.$$

$$2.22 \quad f(z) = \frac{z-1}{z^2+1}.$$

$$2.23 \quad f(z) = \frac{1}{z(z-3)}.$$

$$2.24 \quad f(z) = \frac{z}{(z-1)(z+3)}.$$

$$2.25 \quad f(z) = \frac{z}{z^2+9}.$$

$$2.26 \quad f(z) = \frac{1}{z^2+z}.$$

$$2.27 \quad f(z) = \frac{2z+1}{z^2+z-2}.$$

$$2.28 \quad f(z) = \frac{z+2}{z^2-4z+3}.$$

$$2.29 \quad f(z) = \frac{2z-3}{z^2-3z+2}.$$

$$2.30 \quad f(z) = \frac{1}{(z-2)(z-3)}.$$

3 Найти особые точки и определить их характер для функций:

$$3.1 \quad f(z) = \frac{1-e^{-z}}{z^3}.$$

$$3.2 \quad f(z) = \frac{\sin^2 z}{z}.$$

$$3.3 \quad f(z) = \frac{1}{z} \sin^2 \frac{2}{z}.$$

$$3.4 \quad f(z) = \frac{z}{(z+1)^2}.$$

$$3.5 \quad f(z) = ze^{\frac{1}{z+i}}.$$

$$3.6 \quad f(z) = \frac{\sin z}{z-2}.$$

$$3.7 \quad f(z) = \frac{1}{z^2+z}.$$

$$3.8 \quad f(z) = \frac{2}{z^2-1}.$$

$$3.9 \quad f(z) = \frac{1}{z^2+1}.$$

$$3.10 \quad f(z) = \cos \frac{1}{z} + z^3.$$

$$3.11 \quad f(z) = z^3 e^{\frac{1}{z}}.$$

$$3.12 \quad f(z) = e^{\frac{z+1}{z^2}}.$$

$$3.13 \quad f(z) = (z-1)e^{\frac{1}{z-1}}.$$

$$3.14 \quad f(z) = \frac{e^{z+e}}{z+e}.$$

$$3.15 \quad f(z) = \frac{e^z}{(z+1)^3(z-2)}.$$

$$3.16 \quad f(z) = \frac{e^z}{z^3(z-1)}.$$

$$3.17 \quad f(z) = \cos \frac{1}{z-1}.$$

$$3.18 \quad f(z) = \frac{e^z}{z^3}.$$

$$3.19 \quad f(z) = \frac{e^{\pi z}}{(z-i)^2}.$$

$$3.20 \quad f(z) = \frac{1-\cos z}{z^2}.$$

$$3.21 \quad f(z) = \frac{\sin^2 z}{z}.$$

$$3.22 \quad f(z) = \frac{e^z}{(z+1)^3(z-2)}.$$

$$3.23 \quad f(z) = \cos \frac{1}{z+\pi}.$$

$$3.24 \quad f(z) = z^2 \cdot \sin \frac{1}{z}.$$

$$3.25 \quad f(z) = \frac{z^2}{(z^2+1)^2}.$$

$$3.26 \quad f(z) = \frac{z}{z^2+3z-4}.$$

$$3.27 \quad f(z) = e^{\frac{1}{z+2}}.$$

$$3.28 \quad f(z) = \frac{1}{z-2} e^{\frac{1}{z-2}}.$$

$$3.29 \quad f(z) = \frac{z^2+z-1}{z^3-z}.$$

$$3.30 \quad f(z) = \frac{\cos z}{(z-2)^2}.$$