

Вопросы для самоконтроля

Определения

Что называется окрестностью точки z_0 ?

Дайте определение: а) предельной, б) внутренней, в) граничной точки множества $E \subset \mathbb{C}$.

Какое множество называется: а) открытым, б) замкнутым?

Какая функция называется комплекснозначной?

Какая кривая называется кривой Жордана?

Дайте определение связного множества.

Что называется областью комплексной плоскости?

Какая область называется: а) односвязной, б) многосвязной?

Какое направление обхода границы области называется положительным?

Сформулируйте определение числовой последовательности комплексных чисел.

Что называется пределом числовой последовательности комплексных чисел и какими свойствами он обладает?

Дайте определение функции комплексной переменной.

Какая функция называется: а) однозначной, б) многозначной, в) однолистной?

Как определяется действительная и мнимая части функции комплексной переменной?

Что называется пределом функции комплексной переменной?

Какая функция комплексной переменной называется непрерывной а) в точке, б) в области?

Какая функция называется равномерно-непрерывной?

Какие функции комплексной переменной называются элементарными?

Что называется производной функции $f(z)$ в точке?

Какая функция называется дифференцируемой в точке?

Что называется дифференциалом функции комплексной переменной?

Какая функция называется аналитической: а) в точке, б) в области?

Какие функции называются гармоническими?

Какое отображение называется конформным?

Какое направление движения по кривой называется: а) положительным, б) отрицательным?

Что называется интегралом от функции комплексной переменной?

Что называется первообразной для функции комплексной переменной?

Дайте определение неопределенного интеграла для функции комплексной переменной и запишите формулу Ньютона-Лейбница.

Какой интеграл называется интегралом типа Коши?

Сформулируйте определение ряда комплексных чисел?

Какой ряд с комплексными числами называется абсолютно сходящимся?

Какой ряд называется функциональным рядом?

Что называется точкой сходимости и областью сходимости функционального ряда?

Какой функциональный ряд называется равномерно сходящимся?

Какой ряд называется степенным?

Что называется: а) радиусом сходимости, б) кругом сходимости степенного ряда?

Какой ряд называется рядом Лорана?

Что называется областью сходимости ряда Лорана?

Какой ряд называется рядом Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки?

Какая точка называется нулем функции? Что называется кратностью нуля?

Какая точка называется изолированной особой точкой?

Какая изолированная особая точка называется: а) устранимой, б) полюсом, в) существенно особой?

Что называется вычетом функции?

Что называется логарифмическим вычетом?

Формулировки теорем и формулы

Сформулируйте критерий Коши существования предела функции комплексной переменной.

Сформулируйте необходимые и достаточные условия дифференцируемости.

По каким формулам вычисляется производная функции комплексной переменной?

Сформулируйте критерий конформного отображения?

Сформулируйте принцип симметрии Римана-Шварца.

Сформулируйте и докажите основную теорему Коши для многосвязной области.

Перечислите свойства интеграла от функции комплексной переменной.

По какой формуле осуществляется замена переменной в интеграле от функции комплексной переменной?

Какими свойствами обладает интеграл типа Коши?

Сформулируйте теорему Коши-Лиувилля.

Перечислите основные свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.

Доказательства теорем

Сформулируйте и докажите основную теорему Коши для односвязной области.

Сформулируйте и докажите теорему об интегральной формуле Коши.

Сформулируйте и докажите теорему Тейлора.

Вопросы и задачи на понимание

Для каких функций выполняются условия Коши-Римана?

Является ли аналитическая функция гармонической?

В чем состоит геометрический смысл модуля производной?

В чем состоит геометрический смысл аргумента производной?

В чем состоит различие между конформными отображениями 1- и 2-го родов?

В чем суть теоремы Римана?

В чем состоит принцип соответствия границ?

Как связаны интеграл от функции комплексной переменной по кривой и криволинейный интеграл 2-го рода?

Для каких путей интегрирования целесообразна замена $z - z_0 = re^{i\varphi}$?

В чем суть теоремы о среднем для функции комплексной переменной?

В чем состоит принцип максимума модуля аналитической функции?

В чем суть теоремы Морера?

Как исследовать ряд комплексных чисел на сходимость?

Какая сходимость функционального ряда сильнее: точечная или равномерная?

Когда можно почленно дифференцировать и интегрировать степенные ряды?

Как определяется ряд Тейлора для многозначных функций?

Как представима функция, имеющая нуль кратности m ?

Как влияет характер изолированной особой точки на вид ряда Лорана?

Как определяется особенность в бесконечно удаленной точке?

Как вычисляется вычет относительно:

а) устранимой точки;

б) простого полюса;

в) полюса порядка m ;

г) существенно особой точки;

д) бесконечно удаленной точки?

Как для мероморфной функции вычисляется логарифмический вычет по контуру

Как вычисляются интегралы по замкнутому контуру?

Как вычисляются несобственные интегралы?

Как вычисляются интегралы вида $\int_0^{2\pi} R(\sin x, \cos x) dx$?

В чем суть леммы Жордана? Для каких интегралов она используется?

В каких случаях можно вычислить сумму ряда с помощью вычетов?