ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

Непрерывные отображения.

Необходимые понятия и теоремы: *метрические пространства; отображения; отображение, непрерывное в точке; непрерывное отображение, равномерно непрерывное отображение, удовлетворяющее условию Липшица.*

Литература: [1] стр.89-90, 100-103, [2] стр. 38-42, [9] стр. 48-56

1. Является ли заданное отображение F из X в Y на своей естественной области определения непрерывным в точке x_0?

N	X	Y	F	x_0
1.1	$C[0,2]$	$C[0,1]$	$(Fx)(t)=2x^3(t/2)$	1
1.2	$C[0,1]$	$L_1[0,1]$	$(Fx)(t)=\sin x^2(t)$	t
1.3	$L_2[0,1]$	$L_2[0,1]$	$(Fx)(t)=x(\sqrt{t})$	$\sqrt{t}$
1.4	$C[0,1]$	$C[0,1]$	$(Fx)(t)=\int_0^1 \frac{t\lvert x(s)\rvert}{\sqrt{s}}\,ds$	t
1.5	$L_1[0,1]$	$L_2[0,1]$	$(Fx)(t)=\int_0^1 t\sqrt{s}\,x^2(s)\,ds$	0
1.6	$L_2[0,1]$	$L_1[0,1]$	$(Fx)(t)=t^{-\ /4}\sin x(t)$	t^2
1.7	$L_6[-3,2]$	$L_1[-3,2]$	$(Fx)(t)=x^2(\sqrt{t})$	0
1.8	$C[0,2]$	$L_1[0,1]$	$(Fx)(t)=x(1)-\int_0^2 tx^2(s)\,ds$	t
1.9	$C[0,1]$	$C[0,1]$	$(Fx)(t)=tx(1/2)-\int_0^1 \frac{t^2x(s)}{s}\,ds$	0
1.10	$L_2[0,1]$	$L_1[0,1]$	$(Fx)(t)=\int_0^1 \frac{tx^2(s)}{\sqrt[4]{s}}\,ds$	0

1.11	$L_3[-1,1]$	$L_3[-1,1]$	$(Fx)(t)=\frac{1}{t}x(t^2)$	0
1.12	$L_3[0,1]$	R	$Fx=\int_0^1 t^{-2/3}\lvert x(t)dt\rvert$	0
1.13	$C[-2,3]$	$C[-2,3]$	$(Fx)(t)=\lvert x'(t)\rvert$	0
1.14	$L_1[0,1]$	$L_2[0,1]$	$(Fx)(t)=x(t)$	0
1.15	$L_2[0,1]$	$L_1[0,1]$	$(Fx)(t)=tx(t^3)$	0
1.16	$C[-1,1]$	$C[0,2]$	$(Fx)(t)=\int_0^1 t\frac{x^2(s)}{\sqrt[4]{s}}ds$	0
1.17	l_1	c	$Fx=\sum_{k=1}^{\infty} x(k)/(k+1/2^k)$	(0,0,…)
1.18	$l_{7/2}$	l_2	$Fx=\left(\frac{1}{2}x(1),\ldots,\frac{1}{2^k}x(k),\ldots\right)$	(1,1/2,…, 1/k,…)
1.19	$l_{4/3}$	$l_{4/3}$	$Fx=\left(\frac{1}{2}x(1),\ldots,\left(\frac{3k+1}{3k+1}\right)^k x(k),\ldots\right)$	(1,1,2,0, 0,…)
1.20	l_1	c_0	$Fx=(e^{x(3)},x(1),x(2),\ldots)$	(0,0,1,0, 0,…)
1.21	l_2	l_2	$Fx=(\sin x(1)+\ ,x(3),0,0,\ldots)$	(1,1,1,1/ 2,1/2^2,…)
1.22	c_0	R	$Fx=\sum_{k=1}^{\infty} x(k)/k$	(0,0,…)
1.23	l_2	l_1	$Fx=(x(1),x(2)/\sqrt{2},\ldots,x(k)/\sqrt{k},\ldots)$	(0,0,…)
1.24	l_4	l_4	$Fx=(x^2(1),2x(2),\ldots,kx(k),\ldots)$	(0,0,…)
1.25	l_3	l_1	$Fx=(\cos x(1)+x(2),0,x(3),\ldots)$	(0,0,…)

2. Является ли заданное отображение $F{:}X\to Y$ а) непрерывным, б)равномерно непрерывным, в) удовлетворяющим условию Липшица?

N	X	Y	F
2.1	$C[0,1]$	$C[0,1]$	$(Fx)(t)=x^2(\sqrt{t})e^t$
2.2	$C[-3,4]$	$C[-3,4]$	$(Fx)(t)=\sqrt{\lvert x(t)\cos x(t)\rvert}$
2.3	$C[-2,4]$	$C[-2,4]$	$(Fx)(t)=x(t)\sin x(t)$
2.4	$C[-1,1]$	$C[-1,1]$	$(Fx)(t)=x(t)/(1+x^2(t))$
2.5	$C[-5,2]$	$L_1[-5,2]$	$(Fx)(t)=\int_0^1 t\lvert x(s)\rvert^{2/3}ds$
2.6	$L_2[-1,0]$	$L_1[-1,0]$	$(Fx)(t)=\int_{-1}^{0}\frac{tx(s)}{1+x^2(s)}ds$
2.7	$C[-1,2]$	$L_1[-1,-2]$	$(Fx)(t)=e^{x(t)}/(1+e^{x(t)})$
2.8	$L_1[0,1]$	$L_2[-1,1]$	$(Fx)(t)=\int_{-1}^{1}e^t\,arctgx(s)ds$
2.9	l_1	l_∞	$Fx=(x(1)+x(2)\sin x(1),x(2)/2,...,x(k)/2^k,...$
2.10	l_2	c	$Fx=\sin x^2(3)+x(7)+$
2.11	l_2	l_1	$Fx=(0,0,\sqrt{\lvert x^3(21)\rvert},0,...,0,...)$
2.12	l_1	l_1	$Fx=(\cos x(1),x(2),x(3),\dots,x(k),\dots)$
2.13	c_0	c_0	$Fx=(arctgx(3),x^2(2),0,0,...)$
2.14	l_2	l_1	$Fx=(0,\sqrt[5]{x^2(1)\sin x(1)},x(1)/2,x(2)/3,\dots)$
2.15	l_3	l_1	$Fx=(1,\frac{e^{x(2)}-}{1+e^{x(2)}},x(2)/2,x(3)/2^2,...)$

2.16	l_2	l_∞	$Fx = \dfrac{x^{2(1)}}{1+x^3(1)}, x(1), x(2), \dots)$