

## Ответы к самостоятельной работе ...

- 1)  нижняя половина внутренности эллипса  $\frac{64u^2}{289} + \frac{64v^2}{225} = 1$
- $w_1 = z^{\frac{\pi}{9}} = e^{\frac{\pi}{9} \ln z}$ ,  $w_2 = \frac{1}{2} \left( w_1 + \frac{1}{w_1} \right)$ ,  $w_3 = \ln w_2$ ,  $w = \frac{1}{\pi} w_3$ ,  $w = \frac{1}{\pi} \ln \left( z^{\frac{\pi}{9}} + z^{-\frac{\pi}{9}} \right)$
- в плоскость с разрезами по действительной оси вдоль лучей  $(-\infty, -1]$  и  $[1, +\infty)$
- 2)  вся плоскость с разрезами по лучам  $(-\infty, -\frac{13}{5}]$  и  $[-1, +\infty)$
- $w_1 = 7z$ ,  $w_2 = \frac{1}{2} \left( w_1 + \frac{1}{w_1} \right)$ ,  $w = \frac{w_2 - i}{w_2 + i}$
- в верхнюю полуплоскость  $\text{Im } z > 0$
- 3)  вся плоскость кроме луча  $\left[ -\frac{37}{6}, +\infty \right)$
- $w = \sqrt{\frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} + \frac{17}{4} \right)}$
- в верхнюю полуплоскость  $\text{Im } z > 0$
- 4)  вся плоскость с разрезами по лучам  $(-\infty, -\frac{5}{4}]$  и  $[-1, +\infty)$
- $w_1 = \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right)$ ,  $w_2 = \frac{6}{13} w_1 + \frac{7}{13}$ ,  $w = w_2 + \sqrt{w_2^2 - 1}$ ,  $w(i) = (1 - \sqrt{2})i$
- в верхнюю полуплоскость  $\text{Im } z > 0$
- 5)  внешность эллипса  $\frac{9u^2}{25} + \frac{9v^2}{16} = 1$
- $w = \frac{e^{2i}}{8} (z + \sqrt{z^2 - 64})$
- в верхнюю полуплоскость  $\text{Im } z > 0$
- 6)  правая половина внутренности эллипса  $\frac{9u^2}{25} + \frac{9v^2}{16} = 1$  с разрезом вдоль отрезка  $\left[ 1, \frac{5}{3} \right]$
- $w = \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right)}{\frac{17}{8} - \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right)}}$
- в правую полуплоскость  $\text{Re } w > 0$
- 7)  эллипс  $\frac{25u^2}{169} + \frac{25v^2}{144} = 1$
- $w = \frac{e^{2i}}{5} (z + \sqrt{z^2 - 25})$
- в верхнюю полуплоскость  $\text{Im } z > 0$
- 8)  вся плоскость с разрезами по лучам  $(-\infty, -\frac{37}{12}]$  и  $[-1, +\infty)$
- $w = \sqrt{\frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} + \frac{26}{5} \right)}$
- в правую полуплоскость  $\text{Re } w > 0$
- 9)  эллипс  $\frac{144u^2}{1369} + \frac{144v^2}{1225} = 1$
- $w_1 = \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right)$ ,  $w_2 = \frac{8}{21} w_1 + \frac{13}{21}$ ,  $w = w_2 + \sqrt{w_2^2 - 1}$ ,  $w(i) = (1 - \sqrt{2})i$
- в верхнюю полуплоскость  $\text{Im } z > 0$
- 10)  внешность эллипса  $\frac{25u^2}{169} + \frac{25v^2}{144} = 1$
- $w = \frac{e^{2i}}{6} (z + \sqrt{z^2 - 36})$
- в плоскость с разрезами по действительной оси вдоль лучей  $(-\infty, -1]$  и  $[1, +\infty)$
- 11)  вся плоскость с разрезами по лучам  $(-\infty, -\frac{25}{7}]$  и  $[-1, +\infty)$
- $w_1 = z^{\frac{\pi}{3}} = e^{\frac{\pi}{3} \ln z}$ ,  $w_2 = \frac{1}{2} \left( w_1 + \frac{1}{w_1} \right)$ ,  $w_3 = \ln w_2$ ,  $w = \frac{1}{\pi} w_3$ ,  $w = \frac{1}{\pi} \ln \left( z^{\frac{\pi}{3}} + z^{-\frac{\pi}{3}} \right)$
- в верхнюю полуплоскость  $\text{Im } z > 0$
- 12)  область между ветвями гипербол  $\frac{u^2}{\sin^2 \frac{\pi}{3}} - \frac{v^2}{\cos^2 \frac{\pi}{3}} = 1$
- $w = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{37}{6} - \left( z + \frac{1}{z} \right) \right)}$
- в плоскость с разрезами по действительной оси вдоль лучей  $(-\infty, -1]$  и  $[1, +\infty)$
- 13)  вся плоскость с разрезом по отрезку  $\left[ -1, \frac{5}{4} \right]$
- $w = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{17}{4} - \left( z + \frac{1}{z} \right) \right)}$
- в правую полуплоскость  $\text{Re } w > 0$
- 14)  вся плоскость с разрезом по отрезку  $\left[ -1, \frac{5}{3} \right]$
- $w = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{10}{3} - \left( z + \frac{1}{z} \right) \right)}$
- в правую полуплоскость  $\text{Re } w > 0$
- 15)  вся плоскость с разрезом по отрезку  $\left[ -1, \frac{17}{8} \right]$
- $w = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{26}{5} - \left( z + \frac{1}{z} \right) \right)}$
- в правую полуплоскость  $\text{Re } w > 0$

- 16) [1] вся плоскость с разрезами по лучам  $(-\infty, -\frac{5}{3}]$  и  $[-24, \infty)$  [2] нижняя половина внутренности эллипса  $\frac{144u^2}{1369} + \frac{144v^2}{1225} = 1$   
[2]  $w_1 = \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right), w_2 = \frac{144v^2}{1225} = 1$   
 $-w_1, w_3 = w_2 + \frac{65}{16}, w = \sqrt{w_3}$  [2]  $w_1 = \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right), w_2 = \frac{w_1 + \frac{17}{8}}{\frac{17}{8} - w_1}, w = \sqrt{w_2}$   
[3] в плоскость с разрезами по действительной оси вдоль лучей  $(-\infty, -\frac{5}{3}]$  и  $[1, +\infty)$  [3] в верхнюю полуплоскость  $\text{Im } z > 0$
- 17) [1] все плоскость кроме луча  $\left[-\frac{17}{4}, +\infty\right)$  [2] верхняя половина внутренности эллипса  $\frac{25u^2}{169} + \frac{25v^2}{144} = 1$   
[2]  $w = \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right)}{\frac{13}{5} - \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right)}}$  [2]  $w = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{65}{8} - \left( z + \frac{1}{z} \right) \right)}$   
[3] в правую полуплоскость  $\text{Re } w > 0$  [3] в правую полуплоскость  $\text{Re } w > 0$
- 18) [1] область между ветвями гипербол  $\frac{u^2}{\sin^2 \frac{\pi}{4}} - \frac{v^2}{\cos^2 \frac{\pi}{4}} = 1$  [2]  $w_1 = \frac{z}{10}, w_2 = \frac{1}{2} \left( w_1 + \frac{1}{w_1} \right), w_3 = \frac{w_2 - \frac{13}{5}}{w_2 - \frac{101}{20}}, w = \sqrt{w_3}$   
[2]  $w_1 = \frac{z}{10}, w_2 = \frac{1}{2} \left( w_1 + \frac{1}{w_1} \right), w_3 = \frac{w_2 - \frac{101}{20}}{w_2 - \frac{401}{40}}, w = \sqrt{w_3}$   
[3] в плоскость с разрезами по действительной оси вдоль лучей  $(-\infty, -\frac{17}{8}]$  и  $[-1, +\infty)$  [3] в левую полуплоскость  $\text{Re } z < 0$
- 19) [1] эллипс  $\frac{49u^2}{625} + \frac{49v^2}{576} = 1$  [2]  $w_1 = \frac{z}{6}, w_2 = \frac{1}{2} \left( w_1 + \frac{1}{w_1} \right), w_3 = \frac{w_2 - \frac{5}{3}}{w_2 - \frac{37}{12}}, w = \sqrt{w_3}$   
[2]  $w = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{82}{9} - \left( z + \frac{1}{z} \right) \right)}$   
[3] в правую полуплоскость  $\text{Re } w > 0$  [3] в плоскость с разрезами по действительной оси вдоль лучей  $(-\infty, -\frac{17}{8}]$  и  $[-1, +\infty)$
- 20) [1] внешность эллипса  $\frac{49u^2}{625} + \frac{49v^2}{576} = 1$  [2]  $w_1 = z^{\frac{\pi}{4}} = e^{\frac{\pi}{4} \ln z}, w_2 = \frac{1}{2} \left( w_1 + \frac{1}{w_1} \right), w_3 = \frac{1}{\pi} \ln \left( z^{\frac{\pi}{4}} + z^{-\frac{\pi}{4}} \right)$   
[2]  $w_1 = 6z, w_2 = \frac{1}{2} \left( w_1 + \frac{1}{w_1} \right), w = \frac{w_2 - i}{w_2 + i}$   
[3] в плоскость с разрезами по действительной оси вдоль лучей  $(-\infty, -1]$  и  $[1, +\infty)$  [3] в верхнюю полуплоскость  $\text{Im } z > 0$
- 21) [1] внешность эллипса  $\frac{25u^2}{169} + \frac{25v^2}{144} = 1$  [2]  $w = \sqrt{\frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} + \frac{5}{2} \right)}$   
[2]  $w_1 = z^{\frac{\pi}{10}} = e^{\frac{\pi}{10} \ln z}, w_2 = \frac{1}{2} \left( w_1 + \frac{1}{w_1} \right), w_3 = \frac{1}{\pi} \ln \left( z^{\frac{\pi}{10}} + z^{-\frac{\pi}{10}} \right)$   
[3] в плоскость с разрезами по действительной оси вдоль лучей  $(-\infty, -1]$  и  $[1, +\infty)$  [3] в правую полуплоскость  $\text{Re } w > 0$
- 22) [1] нижняя половина внутренности эллипса  $\frac{25u^2}{169} + \frac{25v^2}{144} = 1$  [2]  $w_1 = \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right), w_2 = \frac{18}{91} w_1 + \frac{73}{91}, w = w_2 + \sqrt{w_2^2 - 1}, w(i) = (1 - \sqrt{2})i$   
[2]  $w_1 = \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right), w_2 = \frac{9v^2}{16} = 1$   
[3] в верхнюю полуплоскость  $\text{Im } z > 0$  [3] в правую полуплоскость  $\text{Re } w > 0$
- 23) [1] внешность эллипса  $\frac{64u^2}{289} + \frac{64v^2}{225} = 1$  [2]  $w_1 = \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right), w_2 = \frac{20}{111} w_1 + \frac{91}{111}, w = w_2 + \sqrt{w_2^2 - 1}, w(i) = (1 - \sqrt{2})i$   
[3] в плоскость с разрезами по действительной оси вдоль лучей  $(-\infty, -1]$  и  $[1, +\infty)$  [3] в плоскость с разрезами по действительной оси вдоль лучей  $(-\infty, -1]$  и  $[1, +\infty)$
- 24) [1] нижняя половина внутренности эллипса  $\frac{144u^2}{1369} + \frac{144v^2}{1225} = 1$  [2]  $w_1 = \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right), w_2 = \frac{w_1 + \frac{17}{8}}{\frac{17}{8} - w_1}, w = \sqrt{w_2}$   
[3] в верхнюю полуплоскость  $\text{Im } z > 0$
- 25) [1] верхняя половина внутренности эллипса  $\frac{25u^2}{169} + \frac{25v^2}{144} = 1$  [2]  $w = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{65}{8} - \left( z + \frac{1}{z} \right) \right)}$   
[3] в правую полуплоскость  $\text{Re } w > 0$
- 26) [1] вся плоскость с разрезами по лучам  $(-\infty, -\frac{17}{8}]$  и  $[-1, +\infty)$  [2]  $w_1 = \frac{z}{20}, w_2 = \frac{1}{2} \left( w_1 + \frac{1}{w_1} \right), w_3 = \frac{w_2 - \frac{101}{20}}{w_2 - \frac{401}{40}}, w = \sqrt{w_3}$   
[3] в левую полуплоскость  $\text{Re } z < 0$
- 27) [1] эллипс  $\frac{64u^2}{289} + \frac{64v^2}{225} = 1$  [2]  $w = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{82}{9} - \left( z + \frac{1}{z} \right) \right)}$   
[3] в плоскость с разрезами по действительной оси вдоль лучей  $(-\infty, -1]$  и  $[1, +\infty)$
- 28) [1] эллипс  $\frac{16u^2}{25} + \frac{16v^2}{9} = 1$  [2]  $w_1 = 6z, w_2 = \frac{1}{2} \left( w_1 + \frac{1}{w_1} \right), w = \frac{w_2 - i}{w_2 + i}$   
[3] в верхнюю полуплоскость  $\text{Im } z > 0$
- 29) [1] верхняя половина внутренности эллипса  $\frac{16u^2}{25} + \frac{16v^2}{9} = 1$  [2]  $w_1 = z^{\frac{\pi}{10}} = e^{\frac{\pi}{10} \ln z}, w_2 = \frac{1}{2} \left( w_1 + \frac{1}{w_1} \right), w_3 = \frac{1}{\pi} \ln \left( z^{\frac{\pi}{10}} + z^{-\frac{\pi}{10}} \right)$   
[3] в правую полуплоскость  $\text{Re } w > 0$
- 30) [1] верхняя половина внутренности эллипса  $\frac{9u^2}{25} + \frac{9v^2}{16} = 1$  [2]  $w_1 = \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right), w_2 = \frac{20}{111} w_1 + \frac{91}{111}, w = w_2 + \sqrt{w_2^2 - 1}, w(i) = (1 - \sqrt{2})i$   
[3] в плоскость с разрезами по действительной оси вдоль лучей  $(-\infty, -1]$  и  $[1, +\infty)$