

Плоскость в пространстве

Задача 1. Плоскость задана параметрическими уравнениями. Найти:

- а) направляющие векторы плоскости;
- б) координаты всех тех точек плоскости, для которых параметры принимают значения из множества $\{-4, 0, 3\}$;
- в) значения параметров для точек пересечения плоскости с осями координат;
- г) среди данных точек A, B, C, D, E найти те, которые принадлежат данной плоскости.

$$\begin{cases} x = 2 - 5t + l; \\ y = 2 + 2t; \\ z = 1 + t - l. \end{cases} \quad A(-3, 4, 2), B(-6, 2, 1), C(2, 2, 1), D(7, 0, 1), E(4, 2, 3).$$

Задача 2. Даны точка A и векторы \vec{a} и \vec{b} . Найти параметрические уравнения плоскости:

- а) проходящей через точку A , параллельно векторам \vec{a} и \vec{b} ;
- б) проходящей через точку A , перпендикулярно вектору \vec{a} .

$$A(1, 2, 3), \vec{a}(1, 4, 5), \vec{b}(-3, 4, 1).$$

Задача 3. Даны точка A и векторы \vec{a} и \vec{b} . Найти общее уравнение плоскости:

- а) проходящей через точку A , перпендикулярно вектору \vec{a} ;
- б) проходящей через точку A , параллельно векторам \vec{a} и \vec{b} .

$$A(4, 5, 2), \vec{a}(1, 2, -3), \vec{b}(2, -4, 1).$$

Задача 4. Даны точки A, B и C . Найти:

- а) параметрические уравнения плоскости, проходящей через данные точки;
- б) общее уравнение плоскости, проходящей через данные точки.

$$A(1, 4, -2), B(2, 3, -2), C(1, 3, 4).$$

Задача 5. Тетраэдр $ABCD$ задан своими вершинами. Найти:

- а) общие уравнения граней;
- б) параметрические уравнения высот;
- в) объем тетраэдра.

$$A(12, 5, 4), B(2, -10, 4), C(5, 8, 3).$$

Задача 6. Выяснить взаимное расположение плоскостей: параллельны, перпендикулярны, просто пересекаются, совпадают.

$$3x + 4y + z - 7 = 0 \text{ и } 8x - 6y - z + 4 = 0.$$

$$\begin{cases} x = 2 - t + l; \\ y = 3 + 2t - l; \\ z = 1 + t - l. \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x = 1 - 4t + 2l; \\ y = 3 + 8t - 2l; \\ z = 1 + t - 2l. \end{cases}$$

Задача 7. Найти угол между плоскостями:

$$x - y + 5z - 8 = 0 \text{ и } 5x - 6y + 4z + 3 = 0.$$

Задача 8. Найти координаты точки, симметричной данной точке относительно данной плоскости:

$$A(4, 3, 2) \text{ и } \begin{cases} x = 1 - 4t + l; \\ y = 3 + t - l; \\ z = 2 + t - 2l. \end{cases}$$

Задача 9. Выяснить, лежат ли данные точки в одном полупространстве относительно данной плоскости или в разных полупространствах:

$$A(11, 12, 11), B(-13, 12, 12) \text{ и } x + 2y - z - 7 = 0.$$