

Векторы и линейные операции над ними.

Задача 1. Дан правильный восьмиугольник $ABCDEFGH$. Разложить по векторам $\vec{p} = \vec{AB}$ и $\vec{q} = \vec{AH}$ вектор

$$\vec{BC}$$

Задача 2. Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$. Найти все возможные разложения по векторам $\vec{a} = \vec{AO}$, $\vec{b} = \vec{BO}$, $\vec{c} = \vec{CO}$, $\vec{d} = \vec{DO}$, $\vec{e} = \vec{EO}$, $\vec{f} = \vec{FO}$, вектора

$$\vec{AB}.$$

Задача 3. Дан тетраэдр $ABCD$. Найти сумму векторов

$$\vec{DC} + \vec{AB} + \vec{BD}.$$

Задача 4. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Написать разложение вектора \vec{m} по всем возможным тройкам некопланарных векторов, представителями которых являются связанные векторы, построенные на ребрах куба.

$$\vec{m} = \vec{AC}_1.$$

Задача 5. Каким условиям должны удовлетворять векторы \vec{a} и \vec{b} , чтобы выполнялось соотношение:

$$|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|.$$

Задача 6. Дана ПДСК-2. Вектор \vec{a} образует с вектором \vec{i} угол α . Вычислить прямоугольные координаты вектора \vec{a} на плоскости, если:

$$\alpha = 0^\circ, |\vec{a}| = 3.$$

Задача 7. Дана ПДСК-3. Найти прямоугольные координаты вектора \vec{a} , если известны углы $\alpha = \widehat{(\vec{a}, \vec{i})}$, $\beta = \widehat{(\vec{a}, \vec{j})}$, $\gamma = \widehat{(\vec{a}, \vec{k})}$.

$$\alpha = 60^\circ, \beta = 45^\circ, \gamma = 60^\circ, |\vec{a}| = 4.$$

Задача 8. Даны векторы $\vec{a} = a\vec{m} + b\vec{n}$ и $\vec{b} = c\vec{m} + d\vec{n}$, где $|\vec{m}| = k$, $|\vec{n}| = l$, $(\vec{m}, \vec{n}) = \varphi$. Найти $Pr_{\vec{b}}(g\vec{a} + h\vec{b})$, если:

$$a = -5, b = -4, c = 3, d = 6, k = 3, l = 5, \varphi = \frac{5\pi}{3}, g = 1, h = 2.$$

Задача 9. Доказать, что векторы \vec{a} и \vec{b} образуют базис на плоскости и найти координаты вектора \vec{c} в этом базисе:

$$\vec{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j}, \vec{b} = 3\vec{i} + 5\vec{j}, \vec{c} = 4\vec{i} + 5\vec{j}.$$

Задача 10. Доказать, что векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} образуют базис в пространстве и найти координаты вектора \vec{d} в этом базисе:

$$\vec{a} = 5\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}; \vec{b} = -3\vec{i} + 5\vec{j} + 2\vec{k}; \vec{c} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}; \vec{d} = 7\vec{i} + 23\vec{j} + 4\vec{k}.$$