

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2013–2014 учебного года

Экзаменационный билет № 1

1. Симметричная троичная система счисления. Алгоритм взвешивания. Представление отрицательных чисел. Правило сложения в симметричной троичной системе. Перевод целых десятичных чисел в троичную симметричную систему счисления.

2. Постройте код Хаффмана для ансамбля

$$X = \{x_1, \dots, x_7; p(x_1) = 0,3, p(x_2) = 0,25,$$

$$p(x_3) = 0,15, p(x_4) = p(x_5) = 0,1, p(x_6) = p(x_7) = 0,05\}.$$

Найдите энтропию ансамбля и среднюю длину кодовых слов.

3. Пусть  $X = Y = \{0, 1\}$  и задан ансамбль

$$\{XY, p(0,0) = 1/20, p(0,1) = 7/20, p(1,0) = 9/20, p(1,1) = 3/20\}.$$

Постройте ансамбли  $\{X, p_1(x)\}$ ,  $\{Y, p_2(y)\}$ . Являются ли они статистически независимыми?

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

**Учреждение образования**  
**"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"**  
**математический факультет**

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

**Экзаменационный билет № 2**

1. Предмет теории информации. ТИ как математическая теория. Задачи, приведшие к возникновению ТИ. Связь ТИ с некоторыми разделами математики. Прикладная ТИ. Три типичные задачи ТИ. Виды информации: дискретная и непрерывная.

2. Постройте код Хаффмана для ансамбля

$$X = \{x_1, \dots, x_7; p(x_1) = 0,3, p(x_2) = 0,2,$$
$$p(x_3) = p(x_4) = p(x_5) = p(x_6) = p(x_7) = 0,1\}.$$

Найдите энтропию ансамбля и среднюю длину кодовых слов.

3. Распределение вероятностей на произведении множеств  $X$  и  $Y$  задано в виде матрицы

$$p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/8 & 1/8 \\ 1/8 & 1/4 \\ 1/8 & 1/4 \end{pmatrix}.$$

Вычислите среднюю взаимную информацию  $\mathbf{I}(X | y_2)$  между ансамблем  $X$  и сообщением  $y_2 \in Y$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

**Учреждение образования**  
**"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"**  
**математический факультет**

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

**Экзаменационный билет № 3**

1. Измерение информации: биты, байты, приставки: кило, мега, гига, тера, пета.

2. Постройте код Хаффмана для ансамбля

$$X = \{x_1, \dots, x_7; p(x_1) = 0,4, p(x_2) = p(x_3) = 0,2,$$
$$p(x_4) = p(x_5) = p(x_6) = p(x_7) = 0,05\}.$$

Найдите энтропию ансамбля и среднюю длину кодовых слов.

3. Распределение вероятностей на произведении множеств  $X$  и  $Y$  задано в виде матрицы

$$p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 1/9 \\ 1/9 & 2/9 & 2/9 \end{pmatrix}.$$

Вычислите среднюю взаимную информацию между  $X$  и  $Y$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 4

1. Условные ансамбли. Условная вероятность  $p(y_j | x_i)$  сообщения  $y_j$  при условии, что сообщение  $x_i$  известно. Условные ансамбли  $\{X, p(x | B)\}$ ,  $B \subseteq Y$ ,  $Pr_2(B) \neq 0$ ;  $\{Y, p(y | A)\}$ ,  $A \subseteq X$ ,  $Pr_1(A) \neq 0$ .  
Примеры.

2. Постройте код Хаффмана для ансамбля

$$X = \{x_1, \dots, x_7; p(x_1) = 0,4, p(x_2) = 0,2,$$

$$p(x_3) = p(x_4) = p(x_5) = 0,1, p(x_6) = p(x_7) = 0,05\}.$$

Найдите энтропию ансамбля и среднюю длину кодовых слов.

3. Вычислите значения функций Эйлера,  $\sigma$  и  $\tau$  от числа  $a = 142560$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 5

1. Собственная информация. Интуитивные требования к измерению информации. Определение собственной информации. График функции  $y = I(x) = -\log p(x)$ . Единицы измерения информации (биты, наты и хартли).

2. Постройте код Шеннона для ансамбля

$$X = \{x_1, \dots, x_7; p(x_1) = 0,3, p(x_2) = 0,2,$$

$$p(x_3) = 0,15, p(x_4) = p(x_5) = p(x_6) = 0,1, p(x_7) = 0,05\}.$$

Найдите энтропию ансамбля и среднюю длину кодовых слов.

3. Сколькими нулями заканчивается десятичная запись числа  $\varphi(31!)$ ?

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 6

1. Свойства собственной информации: неотрицательность, монотонность, аддитивность. Примеры.

2. Постройте код Шеннона для ансамбля

$$X = \{x_1, \dots, x_7; p(x_1) = p(x_2) = 0,25, p(x_3) = 0,15, \\ p(x_4) = p(x_5) = p(x_6) = 0,1, p(x_7) = 0,05\}.$$

Найдите энтропию ансамбля и среднюю длину кодовых слов.

3. Пусть  $X = Y = \{0, 1\}$  и задан ансамбль

$$\{XY, p(0, 0) = 1/15, p(0, 1) = 4/15, p(1, 0) = 8/15, p(1, 1) = 2/15\}.$$

Постройте ансамбли  $\{X, p_1(x)\}$ ,  $\{Y, p_2(y)\}$ . Являются ли они статистически независимыми?

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 7

1. Энтропия дискретного ансамбля. Энтропия как мера неопределенности. Энтропия дискретного ансамбля и с равновероятными сообщениями. Примеры.

2. Постройте код Шеннона для ансамбля

$$X = \{x_1, \dots, x_7; p(x_1) = p(x_2) = 0,2,$$

$$p(x_3) = p(x_4) = 0,15, p(x_5) = p(x_6) = p(x_7) = 0,1\}.$$

Найдите энтропию ансамбля и среднюю длину кодовых слов.

3. Элементами ансамбля  $X = \{1, 2, 5, 6, 13\}$  являются числа. Каждому числу  $x_i$  ставится в соответствие в качестве кодового слова его двоичное разложение. Будет ли такой код однозначно декодируемым?

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 8

1. Свойства энтропии дискретного ансамбля: неотрицательность, ограниченность сверху.

2. Постройте код Фано для ансамбля

$$X = \{x_1, \dots, x_7; p(x_1) = 0,5, p(x_2) = 0,2, \\ p(x_3) = 0,1, p(x_4) = p(x_5) = p(x_6) = p(x_7) = 0,05\}.$$

Найдите энтропию ансамбля и среднюю длину кодовых слов.

3. Распределение вероятностей на произведении множеств  $X$  и  $Y$  задано в виде матрицы

$$p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/6 & 0 \\ 1/6 & 1/6 \\ 1/3 & 1/6 \end{pmatrix}.$$

Вычислите количество информации в сообщении  $x \in X$  о сообщении  $y \in Y$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.



Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 9

1. Свойства энтропии дискретного ансамбля: аддитивность, выпуклость, выравнивание, преобразование.

2. Постройте код Фано для ансамбля

$$X = \{x_1, \dots, x_7; p(x_1) = 0,3, p(x_2) = p(x_3) = 0,2,$$

$$p(x_4) = p(x_5) = 0,1, p(x_6) = p(x_7) = 0,05.\}$$

Найдите энтропию ансамбля и среднюю длину кодовых слов.

3. На выходе двоичного источника информации элементы «0» и «1» появляются с вероятностями соответственно  $p$  и  $1-p$ . При каком значении  $p$  энтропия источника максимальна? Постройте график функции  $H(p)$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 10

1. Пример двоичного ансамбля и построение графика функции  $h(p) = -p \log p - (1 - p) \log(1 - p)$ .
2. Постройте код Фано для ансамбля

$$X = \{x_1, \dots, x_7; p(x_1) = p(x_2) = 0,3, p(x_3) = 0,15,$$

$$p(x_4) = 0,1, p(x_5) = p(x_6) = p(x_7) = 0,05\}.$$

Найдите энтропию ансамбля и среднюю длину кодовых слов.

3. Имеются два дискретных ансамбля:

$$\{x_1, x_2; p(x_1) = p(x_2)\}; \{y_1, y_2, y_3; p(y_1) = p(y_2) = p(y_3)\}.$$

Какой ансамбль обладает большей энтропией?

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 11

1. Свойство энтропии дискретного ансамбля: отбрасывание маловероятных сообщений не влияет существенно на величину энтропии.

2. Можно ли построить двоичный префиксный код для ансамбля  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ , длины кодовых слов которого будут равны  $m_1 = 1, m_2 = 2, m_3 = 3, m_4 = m_5 = 4$ ?

3. Пусть  $\{X, p(x)\}$  — ансамбль сообщений о результатах бросания правильной игральной кости,  $\{Y, p(y)\}$  — ансамбль сообщений о результате бросания неправильной монеты с распределением вероятностей:  $p(\text{герб}) = 1/4, p(\text{решка}) = 3/4$ ,  $\{Z, p(z)\}$  — ансамбль сообщений о результате бросания неправильной монеты с распределением вероятностей:  $p(\text{герб}) = 3/4, p(\text{решка}) = 1/4$ . Постройте новый ансамбль, удовлетворяющий условию: вначале бросается кость; если выпало четное число очков, то бросается неправильная монета из  $Y$ ; если же выпало нечетное число очков, то бросается другая неправильная монета из  $Z$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 12

1. Условная энтропия. Условная собственная информация сообщения  $x$  при фиксированном  $y$ . Условная энтропия ансамбля  $X$  при фиксированном сообщении  $y$ . Условная энтропия ансамбля  $X$  при фиксированном ансамбле  $Y$ . Четыре свойства условной энтропии.

2. Можно ли построить двоичный префиксный код для ансамбля  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ , длины кодовых слов которого будут равны  $m_1 = m_2 = 2, m_3 = 3, m_4 = m_5 = 4$ ?

3. Пусть  $X = Y = \{0, 1\}$  и задан ансамбль

$\{XY, p(0, 0) = 1/15, p(0, 1) = 4/15, p(1, 0) = 8/15, p(1, 1) = 2/15\}$ .

Постройте ансамбли  $\{X, p_1(x)\}, \{Y, p_2(y)\}$ . Являются ли они статистически независимыми?

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 13

1. Доказательство свойства: условная энтропия ансамбля не превосходит безусловной энтропии того же ансамбля.

2. Распределение вероятностей на произведении множеств  $X$  и  $Y$  задано в виде матрицы

$$p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 1/9 \\ 1/9 & 2/9 & 2/9 \end{pmatrix}.$$

Вычислите среднюю взаимную информацию между  $X$  и  $Y$ .

3. Пусть  $n = p^\alpha q^\beta$ , где  $p$  и  $q$  — различные простые числа,  $\alpha$  и  $\beta$  — натуральные числа. Найдите  $\tau(n^3)$ , если  $\tau(n^2) = 115$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 14

1. Взаимная информация. Количество информации в сообщении  $x \in X$  о сообщении  $y \in Y$  и его основное свойство.

2. Распределение вероятностей на произведении множеств  $X$  и  $Y$  задано в виде матрицы

$$p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/8 & 1/8 \\ 1/8 & 1/4 \\ 1/8 & 1/4 \end{pmatrix}.$$

Вычислите среднюю взаимную информацию  $\mathbf{I}(X | y_2)$  между ансамблем  $X$  и сообщением  $y_2 \in Y$ .

3. Пусть  $n = p^\alpha q^\beta$ , где  $p$  и  $q$  — различные простые числа,  $\alpha$  и  $\beta$  — натуральные числа. Найдите  $\tau(n^3)$ , если  $\tau(n^2) = 111$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2011–2012 учебного года

Экзаменационный билет № 15

1. Средняя взаимная информация между ансамблями. Средняя взаимная информация между ансамблем и сообщением. Неотрицательность средней взаимной информации.

2. Распределение вероятностей на произведении множеств  $X$  и  $Y$  задано в виде матрицы

$$p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/6 & 0 \\ 1/6 & 1/6 \\ 1/3 & 1/6 \end{pmatrix}.$$

Вычислите количество информации в сообщении  $x \in X$  о сообщении  $y \in Y$ .

3. Решите уравнение  $\varphi(5^x 11^y) = 2200$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 16

1. Непрерывные ансамбли.
2. Распределение вероятностей на произведении множеств  $X$  и  $Y$  задано в виде матрицы

$$p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/7 & 1/7 & 2/7 \\ 2/7 & 0 & 1/7 \end{pmatrix},$$

Вычислите условную энтропию  $H(X | Y)$ .

3. Решите уравнение  $\varphi(5^x 7^y 11^z) = 18480$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.



Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 17

1. Троичный компьютер. Трит. Трайт. Троичные ЭВМ и их преимущества.

2. Распределение вероятностей на произведении множеств  $X$  и  $Y$  задано в виде матрицы

$$p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/8 & 1/4 & 1/8 \\ 1/4 & 0 & 1/4 \end{pmatrix}.$$

Вычислите условную энтропию  $H(X | y_2)$  ансамбля  $X$  при фиксированном сообщении  $y_2 \in Y$ .

3. Решите уравнение  $\varphi(x) = 8$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 18

1. Числовые множества. Счетные множества. Примеры счетных числовых множеств.

2. Распределение вероятностей на произведении множеств  $X$  и  $Y$  задано в виде матрицы

$$p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/8 & 1/8 \\ 1/4 & 1/8 \\ 1/4 & 1/8 \end{pmatrix}.$$

Вычислите условную собственную информацию  $I(x_i | y_j)$  сообщения  $x_i$  при фиксированном  $y_j$ .

3. Решите уравнение  $\varphi(5^x 11^y) = 2200$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 19

1. Равномерное кодирование. Алфавит кода источника, кодовые символы, кодовые слова, код над алфавитом, объем кода, код равномерной длины. Примеры. Кодирование сообщений ансамбля  $X$  посредством кода. Примеры.

2. Распределение вероятностей на произведении множеств  $X$  и  $Y$  задано в виде матрицы

$$p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/7 & 1/7 \\ 2/7 & 2/7 \\ 0 & 1/7 \end{pmatrix}.$$

Вычислите условные вероятности  $p(x_i | y_j)$  и  $p(y_j | x_i)$ .

3. Решите уравнение  $3x^2 - 8[x] + 5 = 0$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 20

1. Общая схема равномерного кодирования. Скоростью равномерного кодирования источника. Однозначное декодирование и энтропия ансамбля. Примеры.

2. Какой ансамбль обладает большей энтропией?

$$X = \{x_1, \dots, x_6; p(x_1) = p(x_2) = p(x_3) = 1/4,$$

$$p(x_4) = p(x_5) = p(x_6) = 1/12\};$$

$$Y = \{y_1, y_2, y_3; p(y_1) = p(y_2) = p(y_3) = 1/3\}.$$

3. Решите уравнение  $x^2 - 5[x] + 6 = 0$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 21

1. Континуум. Примеры несчетных числовых множеств. Первая проблема Гильберта: континуум–гипотеза и ее решение.

2. Какой ансамбль обладает большей энтропией?

$$X = \{x_1, x_2, x_3, x_4; p(x_1) = 0,25, p(x_2) = 0,5, p(x_3) = p(x_4)\};$$

$$Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4; p(y_1) = 1/2, p(y_2) = p(y_3), p(y_4) = 1/4\}.$$

3. Решите уравнение  $\left[\frac{6x+1}{5}\right] = \frac{4x-3}{7}$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 22

1. Неравномерное кодирование. Длины слов при неравномерном кодировании. Средняя длина кодовых слов. Средняя скорость неравномерного кодирования посредством  $D$ -ичного кода при разбиении последовательности сообщений на блоки длины  $n$ .

2. Какой ансамбль обладает большей энтропией?

$$X = \{x_1, x_2, x_3, x_4; p(x_1) = 0,15, p(x_2) = 0,6, p(x_3) = p(x_4)\};$$

$$Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4; p(y_1) = 3/5, p(y_2) = p(y_3), p(y_4) = 3/20\}.$$

3. Решите уравнение  $\left[\frac{2x+8}{5}\right] = \frac{x+3}{2}$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

**Учреждение образования**  
**"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"**  
**математический факультет**

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

**Экзаменационный билет № 23**

1. Префиксные и суффиксные коды. Коды со свойством однозначного декодирования. Неравенства Крафта и Мак–Миллана. Теорема о средней длине лучших префиксных двоичных кодов.

2. Пусть  $\{X, p(x)\}$  — ансамбль сообщений о результатах бросания правильной игральной кости,  $Y = \{0, 1; p(0) = 1/16, p(1) = 15/16\}$  и  $Z = \{0, 1; q(0) = 15/16, q(1) = 1/16\}$  — ансамбли сообщений о результате бросания неправильных монет. Постройте ансамбль сообщений  $\{XZ, p(x, z)\}$ , если вероятности  $p(x, z)$  определяются следующим образом: если на игральной кости выпало четное число очков, то бросается первая неправильная монета; если же выпало нечетное число очков, то бросается другая неправильная монета. Составьте таблицу распределения вероятностей на множестве  $XZ$ .

3. Найдите  $n$ , если известен его делитель  $m = 45$  и значение  $\tau(n) = 14$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 24

1. Числа  $e$  и  $\pi$ . Их запись в двоичной системе счисления.
2. Пусть  $n = p^\alpha q^\beta$ , где  $p$  и  $q$  — различные простые числа,  $\alpha$  и  $\beta$  — натуральные числа. Найдите  $\tau(n^3)$ , если известно значение  $\tau(n^2) = 121$ .
3. Элементами ансамбля  $X = \{1, 12, 34, 71, 115\}$  являются числа. Каждому числу  $x_i$  ставится в соответствие в качестве кодового слова его троичное разложение. Будет ли такой код однозначно декодируемым?

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.



Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 25

1. Троичный код Хаффмена. Алгоритм Хаффмена. Оптимальность кода Хаффмена.

2. Пусть  $\{X, p(x)\}$  — ансамбль сообщений о результатах бросания правильной игральной кости,  $Y = \{0, 1; p(0) = 3/32, p(1) = 29/32\}$  и  $Z = \{0, 1; q(0) = 29/32, q(1) = 3/32\}$  — ансамбли сообщений о результате бросания неправильных монет. Постройте ансамбль сообщений  $\{XZ, p(x, z)\}$ , если вероятности  $p(x, z)$  определяются следующим образом: если на игральной кости выпало четное число очков, то бросается первая неправильная монета; если же выпало нечетное число очков, то бросается другая неправильная монета. Составьте таблицу распределение вероятностей на множестве  $XZ$ .

3. Перечислите все натуральные числа  $a$  такие, что количество натуральных чисел не превышающих  $a$  и имеющих с  $a$  наибольший общий делитель 15, равно 108.

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 26

1. Трочный код Шеннона. Алгоритм Шеннона. Префиксность кода Шеннона и величина средней длины кодовых слов.

2. Задан ансамбль

$$X = \{x_1, \dots, x_4; p(x_1) = 3/10, p(x_2) = p(x_3) = 1/4, p(x_4) = 1/5\}.$$

Найдите его избыточность. Найдите другой ансамбль  $\{Y, p(y)\}$ , у которого все сообщений равновероятны, а разность  $|H(Y) - H(X)|$  минимальна.

3. Перечислите все натуральные трехзначные числа  $n$  такие, что количество натуральных чисел, не превышающих  $n$  и не делящихся на 5, принадлежит промежутку  $[76; 85]$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 27

1. Оптимальные неравномерные коды. Средняя длина кодовых слов и энтропия ансамбля. Определение оптимального кода. Теорема существования оптимального кода. Избыточность кода и эффективность кодирования.

2. Задан ансамбль

$$X = \{x_1, \dots, x_4; p(x_1) = 0,4, p(x_2) = p(x_3) = 0,15, p(x_4) = 0,3\}.$$

Найдите его избыточность. Найдите другой ансамбль  $\{Y, p(y)\}$ , у которого все сообщений равновероятны, а разность  $|H(Y) - H(X)|$  минимальна.

3. Восстановите числа  $n$  и  $\alpha_i$  по указанному каноническому разложению

$$n! = 2^{31} \cdot 3^{\alpha_3} \cdot 5^{\alpha_5} \cdot 7^{\alpha_7} \cdot 11^3 \cdot 13^{\alpha_{13}} \cdot 17^{\alpha_{17}} \cdot 19^{\alpha_{19}} \cdot 23^{\alpha_{23}} \cdot 31^{\alpha_{31}}.$$

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 28

1. Свойства оптимальных кодов.

2. Задан ансамбль

$$X = \{x_1, \dots, x_4; p(x_1) = 3/20, p(x_2) = 1/4, p(x_3) = p(x_4) = 3/10\}.$$

Найдите его избыточность. Найдите другой ансамбль  $\{Y, p(y)\}$ , у которого все сообщений равновероятны, а разность  $|H(Y) - H(X)|$  минимальна.

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + [y] + 7\{z\} = 4 \\ y + [z] + \{x\} = 1,6 \\ z + [x] + \{y\} = 2,4. \end{cases}$$

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

**Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет**

**Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года**

**Экзаменационный билет № 29**

1. Код Фано. Алгоритм Фано. Префиксность кода Фано.

2. Пусть  $\{X, p(x)\}$  — ансамбль сообщений о результатах бросания правильной игральной кости,  $Y = \{0, 1; p(0) = 3/16, p(1) = 13/16\}$  и  $Z = \{0, 1; q(0) = 13/16, q(1) = 3/16\}$  — ансамбли сообщений о результате бросания неправильных монет. Постройте ансамбль сообщений  $\{XZ, p(x, z)\}$ , если вероятности  $p(x, z)$  определяются следующим образом: если на игральной кости выпало четное число очков, то бросается первая неправильная монета; если же выпало нечетное число очков, то бросается другая неправильная монета. Составьте таблицу распределения вероятностей на множестве  $XZ$ .

3. Укажите наибольшее и наименьшее решения уравнения  $\{(x + 2)^2(x - 2)\} = x^3$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 30

1. Код Шеннона. Алгоритм Шеннона. Префиксность кода Шеннона и величина средней длины кодовых слов.

2. Пусть  $\{X, p(x)\}$  — ансамбль сообщений о результатах бросания правильной игральной кости,  $Y = \{0, 1; p(0) = 3/32, p(1) = 29/32\}$  и  $Z = \{0, 1; q(0) = 29/32, q(1) = 3/32\}$  — ансамбли сообщений о результате бросания неправильных монет. Постройте ансамбль сообщений  $\{XZ, p(x, z)\}$ , если вероятности  $p(x, z)$  определяются следующим образом: если на игральной кости выпало четное число очков, то бросается первая неправильная монета; если же выпало нечетное число очков, то бросается другая неправильная монета. Составьте таблицу распределение вероятностей на множестве  $XZ$ .

3. Укажите наибольшее и наименьшее решения уравнения  $\{(x + 1)^2(x - 1)\} = x^3$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 31

1. Код Хаффмена. Алгоритм Хаффмена. Оптимальность кода Хаффмена.

2. Пусть  $X = Y = \{0, 1\}$  и задан ансамбль  $\{XY, p(x, y)\}$ ,  
 $p(0, 0) = 1/15$ ,  $p(0, 1) = 4/15$ ,  $p(1, 0) = 8/15$ ,  $p(1, 1) = 2/15$ .

Постройте порожденные ансамбли  $\{X, p_1(x)\}$ ,  $\{Y, p_2(y)\}$ . Являются ли они статистически независимыми?

3. Решите уравнение  $\varphi(x) = 40$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 32

1. Троичный код Фано. Алгоритм Фано. Префиксность кода Фано.

2. Пусть  $X = Y = \{0, 1\}$  и задан ансамбль  $\{XY, p(x, y)\}$ ,  
 $p(0, 0) = 1/20$ ,  $p(0, 1) = 7/20$ ,  $p(1, 0) = 9/20$ ,  $p(1, 1) = 3/20$ .

Постройте порожденные ансамбли  $\{X, p_1(x)\}$ ,  $\{Y, p_2(y)\}$ . Являются ли они статистически независимыми?

3. Для ансамбля  $X = \{01, 110, 1000, 1010, 00000, 11010\}$  даны двоичные кодовые слова. Преобразуйте слова из двоичной в троичную системы счисления. Сравните средние длины кодовых слов построенные в двоичных и троичных систем счисления. Считать что все сообщения равновероятны.

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.



Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 33

1. Пример двоичного ансамбля и построение графика функции  $h(p) = -p \log p - (1 - p) \log(1 - p)$ .

2. Распределение вероятностей на произведении множеств  $X$  и  $Y$  задано в виде матрицы  $p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/8 & 1/4 & 1/8 \\ 1/4 & 0 & 1/4 \end{pmatrix}$ .

Определите энтропии порожденных ансамблей  $\{X, p_1(x)\}$ ,  $\{Y, p_2(y)\}$ . Вычислите среднюю взаимную информацию между  $X$  и  $Y$ .

3. Для ансамбля  $X = \{110, 110, 100, 101, 10100, 11010\}$  даны двоичные кодовые слова. Преобразуйте слова из двоичной в троичную системы счисления. Сравните средние длины кодовых слов построенные в двоичных и троичных систем счисления. Считать что все сообщения равновероятны.

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 34

1. Энтропия дискретного ансамбля. Энтропия как мера неопределенности. Энтропия дискретного ансамбля и с равновероятными сообщениями. Примеры.

2. Для ансамбля  $X = \{x_1, \dots, x_7; p(x_1) = 0,55, p(x_2) = 0,2, p(x_3) = 0,07, p(x_4) = p(x_5) = p(x_6) = 0,05, p(x_7) = 0,03$  постройте троичные коды Шеннона и Хаффмана. Найдите энтропию ансамбля и средние длины кодовых слов для каждого кода.

3. Распределение вероятностей на произведении множеств  $X$  и  $Y$  задано в виде матрицы

$$p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/6 & 1/6 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \end{pmatrix}.$$

Определите энтропии порожденных ансамблей  $\{X, p_1(x)\}, \{Y, p_2(y)\}$ . Вычислите среднюю взаимную информацию между  $X$  и  $Y$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 35

1. Дискретные ансамбли. Дискретный вероятностный ансамбль сообщений. Примеры. Дискретный ансамбль  $\{XY, p(x, y)\}$  на произведении двух множеств и порожденные им ансамбли  $\{X, p_1(x)\}$  и  $\{Y, p_2(y)\}$ . Статистически независимые ансамбли.

2. Элементами ансамбля  $X = \{2, 5, 21, 46, 194\}$  являются числа. Каждому числу  $x_i$  ставится в соответствие в качестве кодового слова его троичное разложение. Будет ли такой код однозначно декодируемым?

3. Сообщение составлено из элементов  $x_1$  и  $x_2$  с вероятностями  $p(x_1) = 0,84$  и  $p(x_2) = 0,16$ . Закодируйте последовательность  $x_1x_2x_1x_1x_1x_2x_2x_2x_1x_1x_2x_2$  так, чтобы эффективность была не ниже 0,8.

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 36

1. Арифметическая функция: целая часть числа. Определение и свойства. Каноническое разложение числа  $n!$ .

2. Пусть  $\{X, p(x)\}$  — ансамбль сообщений о результатах бросания правильной игральной кости,  $Y = \{0, 1; p(0) = 3/32, p(1) = 29/32\}$  и  $Z = \{0, 1; q(0) = 29/32, q(1) = 3/32\}$  — ансамбли сообщений о результате бросания неправильных монет. Постройте ансамбль сообщений  $\{XZ, p(x, z)\}$ , если вероятности  $p(x, z)$  определяются следующим образом: если на игральной кости выпало четное число очков, то бросается первая неправильная монета; если же выпало нечетное число очков, то бросается другая неправильная монета. Составьте таблицу распределение вероятностей на множестве  $XZ$ .

3. Имеются два дискретных ансамбля:

$$\{x_1, x_2; p(x_1) = p(x_2)\}; \{y_1, y_2, y_3; p(y_1) = p(y_2) = p(y_3)\}.$$

Какой ансамбль обладает большей энтропией?

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 37

1. Функция Эйлера. Определение и свойства. Вычисление значений функции Эйлера.

2. Постройте код Шеннона для ансамбля

$$X = \{x_1, \dots, x_7; p(x_1) = 0,3, p(x_2) = 0,2,$$

$$p(x_3) = 0,15, p(x_4) = p(x_5) = p(x_6) = 0,1, p(x_7) = 0,05\}.$$

Найдите энтропию ансамбля и среднюю длину кодовых слов.

3. На выходе двоичного источника информации элементы «0» и «1» появляются с вероятностями соответственно  $p$  и  $1-p$ . При каком значении  $p$  энтропия источника максимальна? Постройте график функции  $H(p)$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 38

1. Функции  $\sigma$  и  $\tau$ . Определение и свойства. Вычисление значений функций  $\sigma$  и  $\tau$ .

2. Постройте код Хаффмана для ансамбля

$$X = \{x_1, \dots, x_7; p(x_1) = 0,4, p(x_2) = p(x_3) = 0,2,$$

$$p(x_4) = p(x_5) = p(x_6) = p(x_7) = 0,05\}.$$

Найдите энтропию ансамбля и среднюю длину кодовых слов.

3. Распределение вероятностей на произведении множеств  $X$  и  $Y$  задано в виде матрицы

$$p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 1/9 \\ 1/9 & 2/9 & 2/9 \end{pmatrix}.$$

Вычислите среднюю взаимную информацию между  $X$  и  $Y$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 39

1. Свойства энтропии дискретного ансамбля: неотрицательность, ограниченность сверху.

2. Постройте код Хаффмана для ансамбля

$$X = \{x_1, \dots, x_7; p(x_1) = 0,3, p(x_2) = 0,2,$$

$$p(x_3) = p(x_4) = p(x_5) = p(x_6) = p(x_7) = 0,1\}.$$

Найдите энтропию ансамбля и среднюю длину кодовых слов.

3. Распределение вероятностей на произведении множеств  $X$  и  $Y$  задано в виде матрицы

$$p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/8 & 1/8 \\ 1/8 & 1/4 \\ 1/8 & 1/4 \end{pmatrix}.$$

Вычислите среднюю взаимную информацию  $\mathbf{I}(X | y_2)$  между ансамблем  $X$  и сообщением  $y_2 \in Y$ .

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.

Учреждение образования  
"Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины"  
математический факультет

Дисциплина «Теория информации», 3 курс, ПОИТ  
Весенняя экзаменационная сессия 2014–2015 учебного года

Экзаменационный билет № 40

1. Непрерывные ансамбли.
2. Постройте код Хаффмана для ансамбля

$$X = \{x_1, \dots, x_7; p(x_1) = 0,3, p(x_2) = 0,25,$$

$$p(x_3) = 0,15, p(x_4) = p(x_5) = 0,1, p(x_6) = p(x_7) = 0,05\}.$$

Найдите энтропию ансамбля и среднюю длину кодовых слов.

3. Пусть  $X = Y = \{0, 1\}$  и задан ансамбль

$$\{XY, p(0,0) = 1/20, p(0,1) = 7/20, p(1,0) = 9/20, p(1,1) = 3/20\}.$$

Постройте ансамбли  $\{X, p_1(x)\}$ ,  $\{Y, p_2(y)\}$ . Являются ли они статистически независимыми?

Заведующий кафедрой

В. М. Селькин

Преподаватель

В. С. Монахов

Дата утверждения: протокол № 11 от 12 мая 2015 г.