

7. ОПТИМАЛЬНЫЕ КОДЫ

Примеры решения задач

Пример 7.1. Можно ли построить однозначно декодируемый двоичный код со средней длиной кодового слова 2,1 для ансамбля

$$X = \{x_1, \dots, x_7\}, p(x_1) = 0,3, p(x_2) = 0,3, p(x_3) = 0,1, \\ p(x_4) = 0,1, p(x_5) = 0,1, p(x_6) = 0,5, p(x_7) = 0,05?$$

РЕШЕНИЕ. По теореме 10.7 Существует 2-ичный код со свойством однозначного декодирования, для которого

$$H(X) \leq \bar{m}(X) < 1 + H(X).$$

Вычислим энтропию ансамбля:

$$H(X) = - \sum_{i=1}^7 p(x_i) \log p(x_i) = -2 \cdot 0,3 \cdot \log 0,3 - \\ -3 \cdot 0,1 \cdot \log 0,1 - 2 \cdot 0,05 \cdot \log 0,05 = 1,997.$$

Так как

$$1,997 = H(X) < 2,1 = \bar{m}(X) < 2,997 = 1 + H(X),$$

то по теореме 10.7 такой код построить можно.

ОТВЕТ: Да, можно.

□

Пример 7.2. Найдите верхнюю и нижнюю границу длин кодовых слов для ансамбля $X = \{x_1, \dots, x_5\}$, $p(x_1) = 0,4$, $p(x_2) = 0,2$,

$$p(x_3) = 0,15, p(x_4) = 0,15, p(x_5) = 0,1.$$

РЕШЕНИЕ. Вычислим энтропию ансамбля:

$$H(X) = - \sum_{i=1}^5 p(x_i) \log p(x_i) = -0,4 \cdot \log 0,4 - \\ -0,2 \cdot \log 0,2 - 2 \cdot 0,15 \cdot \log 0,15 - 0,1 \cdot \log 0,1 = 2,08.$$

Верхняя и нижняя границы длин кодовых слов для двоичного кода опре-

деляются из неравенства:

$$H(X) \leq \bar{m}(X) < 1 + H(X).$$

Следовательно нижняя и верхняя границы равны соответственно 2,08 и 3,08.

ОТВЕТ: 2,08 и 3,08.

□

Пример 7.3. Найдите минимальный объем кодового алфавита, при котором получается однозначно декодируемый код дискретного ансамбля $X = \{x_1, \dots, x_9\}$ с длинами кодовых слов $\{1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2\}$.

РЕШЕНИЕ. Согласно теореме 10.4 (Неравенство Мак-Миллана): Если алфавитное кодирование с длинами кодовых слов m_1, m_2, \dots, m_M , является однозначно декодируемым, то справедливо неравенство

$$\sum_{i=1}^M D^{-m_i} \leq 1.$$

В нашем случае минимальным должно быть число D , для которого:

$$4 \cdot \frac{1}{D} + 5 \cdot \frac{1}{D^2} \leq 1, \quad 4D + 5 \leq D^2, \quad D^2 - 4D - 5 > 0.$$

Решая квадратное уравнение $D^2 - 4D - 5$, получаем корни -1 и 5 . Неравенство $D^2 - 4D - 5 > 0$ справедливо при $D \leq -1$ и $D \geq 5$. Учитывая, что $D > 0$ получаем: $D \geq 5$.

ОТВЕТ: Минимальный объем кодового алфавита равен 5.

□

Пример 7.4. Шесть равновероятных сообщений кодируются:

- 1) равномерным двоичным кодом,
- 2) оптимальным кодом Фано.

Определите энтропию, избыточности и эффективности кодов.

РЕШЕНИЕ. 1. Кодируем равномерным двоичным кодом. Так как число всех различных кодовых слов длины 2 равно 4, а сообщений 6, то длина кодового слова каждого сообщения равна 3. Следовательно, средняя длина кодовых слов равна 3. Энтропия ансамбля равна $H(X) = \log 6 = 2,585$, абсолютная и относительная избыточности равны

$$r = 3 - 2,585 = 0,415, \quad r_{\text{отн}} = \frac{0,415}{3} = 0,138,$$

эффективность равна

$$\chi =: \frac{H(X)}{\bar{m}(X)} = \frac{2,585}{3} = 0,86.$$

2. Кодировем оптимальным кодом Фано:

X	$p(x_i)$	X^0/X^1	X^{ij}	X^{ijk}	код	m_i
x_1	1/6	0	0		00	2
x_2	1/6	0	1	0	010	3
x_3	1/6	0	1	1	011	3
x_4	1/6	1	0		10	2
x_5	1/6	1	1	0	110	2
x_6	1/6	1	1	1	111	3

Средняя длина кодовых слов равна

$$\bar{m}(X) = 2 \cdot 1/6 \cdot 2 + 3 \cdot 1/6 \cdot 4 = 2,667.$$

Абсолютная избыточность равна $r = 2,667 - 2,585 = 0,082$.

Относительная избыточность равна $r_{\text{отн}} = 0,082/2,667 = 0,03$.

Эффективность кода равна

$$\chi =: \frac{H(X)}{\bar{m}(X)} = \frac{2,585}{2,667} = 0,97.$$

ОТВЕТ: При равномерном кодировании абсолютная и относительная избыточности равны $r = 0,415$, $r_{\text{отн}} = 0,138$, эффективность равна $\chi = 86\%$.

При неравномерном кодировании кодом Фано абсолютная и относительная избыточности равны $r = 0,082$, $r_{\text{отн}} = 0,03$, эффективность равна $\chi = 97\%$. ☒

Пример 7.5. Ансамбль состоит из четырех элементов. Закодируйте сообщение $S = "abcdaabbadbcdbb"$ алгоритмом Фано, Шеннона и Хаффмана. Сравните эффективности кодирования.

РЕШЕНИЕ. Вводим ансамбль $X = \{a, b, c, d\}$, вычислив вероятности появления каждого символа в сообщении S .

x_i	a	b	c	d
$p(x_i)$	4/15	6/15	2/15	3/15

Энтропия равна

$$H(X) = - \sum_{i=1}^4 p(x_i) \log p(x_i) = -\frac{4}{15} \cdot \log \frac{4}{15} - \frac{6}{15} \cdot \log \frac{6}{15} - \frac{2}{15} \cdot \log \frac{2}{15} - \frac{3}{15} \cdot \log \frac{3}{15} = 1,89.$$

Кодируем оптимальным кодом Фано:

X	$p(x_i)$	X^0/X^1	X^{ij}	X^{ijkl}	код
b	6/15	0			0
a	4/15	1	0		10
d	3/15	1	1	0	110
c	2/15	1	1	1	111

Вычисляем среднюю длину кодовых слов:

$$\bar{m}(X) = 6/15 + 2 \cdot 4/15 + 3 \cdot 5/15 = 1,93.$$

Находим эффективность

$$\chi_{\text{Фано}} =: \frac{H(X)}{\bar{m}(X)} = \frac{1,89}{1,93} = 0,98.$$

Кодируем кодом Шеннона:

Находим числа m_i , исходя из неравенств:

$$\frac{1}{2^{m_i}} \leq p(x_i) < \frac{1}{2^{m_i-1}}.$$

$$\frac{1}{2^{m_1}} \leq \frac{6}{15} < \frac{1}{2^{m_1-1}}, \quad m_1 = 2.$$

$$\frac{1}{2^{m_2}} \leq \frac{4}{15} < \frac{1}{2^{m_2-1}}, \quad m_2 = 2.$$

$$\frac{1}{2^{m_3}} \leq \frac{3}{15} < \frac{1}{2^{m_3-1}}, \quad m_3 = 3.$$

$$\frac{1}{2^{m_4}} \leq \frac{2}{15} < \frac{1}{2^{m_4-1}}, \quad m_4 = 3.$$

Находим кумулятивные вероятности:

$$q_1 = 0, \quad q_2 = \frac{6}{15}, \quad q_3 = \frac{10}{15}, \quad q_4 = \frac{13}{15}.$$

Находим первые m_i знаков после запятой в разложении числа q_i в двоичную дробь. Цифры этого разложения, стоящие после запятой, являются кодовым словом, соответствующим сообщению x_i . Ясно, что $q_1 = 0 = 0,00$. Далее действуем по правилу перевода десятичной дроби в двоичную.

X	$p(x_i)$	m_i	q_i	код	ус. код
b	$6/15$	2	0,00	00	00
a	$4/15$	2	$0,40_{10} = 0,01_2$	01	01
d	$3/15$	3	$0,667_{10} = 0,101_2$	101	10
c	$2/15$	3	$0,867_{10} = 0,110_2$	110	11

Вычислим среднюю длину кодовых слов:

$$\bar{m}(X) = 2 \cdot 10/15 + 3 \cdot 5/15 = 2,33.$$

Средняя длина построенного усеченного кода равна 2. Находим эффективность

$$\chi_{\text{Шэннон}} = \frac{H(X)}{\bar{m}(X)} = \frac{1,89}{2} = 0,95.$$

Кодируем кодом Хаффмана:

X	$p(x_i)$
b	$6/15$
a	$4/15$
d	$3/15$
c	$2/15$

код	m_i
1	1
01	2
001	3
000	3

Средняя длина кодовых слов равна :

$$\bar{m}(X) = 6/15 + 2 \cdot 4/15 + 3 \cdot 5/15 = 1,93. \quad \square$$

Находим эффективность

$$\chi_{\text{Хаффман}} = \frac{H(X)}{\bar{m}(X)} = \frac{1,89}{1,93} = 0,98.$$

ОТВЕТ: Эффективность кодирования по Фано и Хаффману равна 98%. Эффективность кодирования по Шэннону равна 95%. \square

Пример 7.6. Ансамбль состоит из трех букв A , B и C с вероятностями 0,7, 0,2 и 0,1 соответственно. Произведите кодирование по алгоритму Фано отдельных букв и двухбуквенных сочетаний. Сравните коды по их эффективности и избыточности.

РЕШЕНИЕ. Закодируем буквы A , B и C алгоритмом Фано:

X	$p(x_i)$			код	m_i
A	0,7	0		0	1
B	0,2	1	0	10	2
C	0,1	1	1	11	2

Энтропия равна

$$H(X) = - \sum_{i=1}^3 p(x_i) \log p(x_i) = -0,7 \cdot \log 0,7 -$$

$$-0,2 \cdot \log 0,2 - 0,1 \cdot \log 0,1 = 1,16.$$

Средняя длина кодовых слов равна:

$$\bar{m}(X) = 1 \cdot 0,7 + 2 \cdot (0,3 + 0,2) = 1,3.$$

Абсолютная избыточность равна $r(X) = 1,3 - 1,16 = 0,14$.

Относительная избыточность равна $r_{\text{отн}}(X) = 0,14/1,3 = 0,11$.

Следовательно, эффективность $\chi(X) = 1,16/1,3 = 0,89$.

Закодируем сообщение двухбуквенные сочетания из A , B и C алгоритмом Фано:

XX	$p(x_i)$					код	m_i
AA	0,49					0	1
AB	0,14					100	3
BA	0,14					101	3
AC	0,07					1100	4
CA	0,07					1101	4
BB	0,04					1110	4
BC	0,02					11110	5
CB	0,02					111110	6
CC	0,01					111111	6

Энтропия равна

$$H(XX) = - \sum_{i=1}^9 p(x_i) \log p(x_i) = -0,49 \cdot \log 0,49 -$$

$$-0,28 \cdot \log 0,14 - 0,14 \cdot \log 0,07 - 0,04 \cdot \log 0,04 -$$

$$-0,04 \cdot \log 0,02 - 0,01 \cdot \log 0,01 = 2,31.$$

Средняя длина кодовых слов равна :

$$\bar{m}(XX) = 0,49 + 3 \cdot 0,28 + 4 \cdot 0,18 + 5 \cdot 0,02 + 6 \cdot 0,03 = 2,33.$$

Абсолютная избыточность равна $r(XX) = 2,33 - 2,31 = 0,002$.

Относительная избыточность равна $r_{\text{отн}}(XX) = 0,02/2,33 = 0,0086$.

Следовательно, эффективность $\chi(XX) = 2,31/2,33 = 0,9914$.

При кодировании двухбуквенными сочетаниями избыточность меньше, чем при побуквенном кодировании, соответственно эффективность такого кодирования выше.

ОТВЕТ: При побуквенном кодировании $r_{\text{отн}}(X) = 11\%$, $\chi(X) = 89\%$. При кодировании двухбуквенными сочетаниями $r_{\text{отн}}(XX) = 0,86\%$, $\chi(XX) = 99\%$. \square

Пример 7.7. Сообщение составлено из элементов x_1 и x_2 с вероятностями 0,89 и 0,11. Закодируйте последовательность

$$x_1x_2x_1x_1x_1x_2x_2x_2x_1x_1x_2x_2$$

так, чтобы эффективность была не ниже 0,8.

РЕШЕНИЕ. Закодируем сообщения x_1 и x_2 :

X	$p(x_i)$	код
x_1	0,89	0
x_2	0,11	1

Энтропия ансамбля равна $H(X) = 0,5$, средняя длина кодовых слов равна $\bar{m}(X) = 1$, эффективность равна

$$\chi = H(X)/\bar{m}(X) = 0,5/1 = 0,5 < 0,8.$$

Закодируем двухбуквенные сочетания:

X	$p(x_i)$	код
x_1x_1	0,792	0
x_1x_2	0,098	10
x_2x_1	0,098	110
x_2x_2	0,012	111

Энтропия ансамбля равна $H(XX) = 1$, средняя длина кодовых слов равна $\bar{m}(XX) = 1,32$, эффективность равна

$$\chi = H(XX)/\bar{m}(XX) = 1/1,32 = 0,76 < 0,8.$$

Закодируем трехбуквенные сочетания:

X	$p(x_i)$	код
$x_1x_1x_1$	0,705	0
$x_1x_1x_2$	0,0871	100
$x_1x_2x_1$	0,0871	101
$x_2x_1x_1$	0,0871	110
$x_1x_2x_2$	0,0108	11110
$x_2x_1x_2$	0,0108	11000
$x_2x_2x_1$	0,0108	11101
$x_2x_2x_2$	0,0013	11111

Энтропия ансамбля равна $H(XXX) = 1,35$, средняя длина кодовых слов равна $\bar{m}(XXX) = 1,66$, эффективность равна

$$\chi = H(XXX)/\bar{m}(XXX) = 1,35/1,66 = 0,81 > 0,8.$$

Энтропия в данном случае равна 1,352. Средняя длина сообщения равна $\bar{m} = 1,6574$, эффективность равна $1,352/1,6574 = 0,816 > 0,8$.

Таким образом, выбираем кодирование трехбуквенных сочетаний. Закодируем исходное сообщение:

$$x_1x_2x_1x_1x_1x_2x_2x_2x_1x_1x_2x_2 = 1011001110111110.$$

ОТВЕТ: Эффективность не ниже, чем 0,8 при кодирование трехбуквенных сочетаний. $x_1x_2x_1x_1x_1x_2x_2x_2x_1x_1x_2x_2 = 1011001110111110$ ☒

Индивидуальные задания

1. Можно ли построить однозначно декодируемый двоичный код со средней длиной кодового слова 2,5 для ансамбля $X = \{x_1, \dots, x_7\}$?

- 1.1. $p(x_1) = p(x_2) = 0,3, p(x_3) = p(x_4) = p(x_5) = 0,1,$
 $p(x_6) = p(x_7) = 0,05.$
- 1.2. $p(x_1) = 0,2, p(x_2) = 0,3, p(x_3) = p(x_4) = 0,1,$
 $p(x_5) = 0, p(x_6) = p(x_7) = 0,2.$
- 1.3. $p(x_1) = 0,3, p(x_2) = 0,2, p(x_3) = 0,15,$
 $p(x_4) = p(x_5) = p(x_6) = 0,1, p(x_7) = 0,05.$
- 1.4. $p(x_1) = 0,3, p(x_2) = 0,25, p(x_3) = 0,15,$
 $p(x_4) = p(x_5) = 0,1, p(x_6) = p(x_7) = 0,05.$
- 1.5. $p(x_1) = 0,5, p(x_2) = 0,2, p(x_3) = 0,1,$
 $p(x_4) = p(x_5) = p(x_6) = p(x_7) = 0,05.$
- 1.6. $p(x_1) = 0,3, p(x_2) = 0,2,$
 $p(x_3) = p(x_4) = p(x_5) = p(x_6) = p(x_7) = 0,1.$
- 1.7. $p(x_1) = 0,45, p(x_2) = p(x_3) = 0,15,$
 $p(x_4) = p(x_5) = 0,1, p(x_6) = p(x_7) = 0,05.$
- 1.8. $p(x_1) = p(x_2) = 0,2, p(x_3) = 0,$
 $p(x_4) = 0,3, p(x_5) = p(x_6) = p(x_7) = 0,1.$
- 1.9. $p(x_1) = 0,55, p(x_2) = 0,2, p(x_3) = 0,07,$
 $p(x_4) = p(x_5) = p(x_6) = 0,05, p(x_7) = 0,03.$
- 1.10. $p(x_1) = 0,3, p(x_2) = p(x_3) = 0,2,$
 $p(x_4) = p(x_5) = 0,1, p(x_6) = p(x_7) = 0,05.$

- 1.11. $p(x_1) = p(x_2) = 0,3,$
 $p(x_3) = p(x_4) = p(x_5) = 0,1, p(x_6) = p(x_7) = 0,05.$
- 1.12. $p(x_1) = p(x_2) = 0,25, p(x_3) = 0,15,$
 $p(x_4) = p(x_5) = p(x_6) = 0,1, p(x_7) = 0,05.$
- 1.13. $p(x_1) = 0,4, p(x_2) = 0,2, p(x_3) = 0,15,$
 $p(x_4) = 0,1, p(x_5) = p(x_6) = p(x_7) = 0,05.$
- 1.14. $p(x_1) = 0,35, p(x_2) = 0,25, p(x_3) = 0,15,$
 $p(x_4) = 0,1, p(x_5) = p(x_6) = p(x_7) = 0,05.$
- 1.15. $p(x_1) = p(x_2) = 0,3, p(x_3) = 0,15,$
 $p(x_4) = 0,1, p(x_5) = p(x_6) = p(x_7) = 0,05.$

2. Для ансамбля $X = \{x_1, \dots, x_5\}$ найдите верхнюю и нижнюю границы длин кодовых слов.

- 2.1. $p(x_1) = 0,4, p(x_2) = 0,2, p(x_3) = p(x_4) = 0,15, p(x_5) = 0,1.$
- 2.2. $p(x_1) = p(x_2) = 0,3, p(x_3) = p(x_4) = 0,15, p(x_5) = 0,1.$
- 2.3. $p(x_1) = 0,5, p(x_2) = 0,2, p(x_3) = p(x_4) = 0,15, p(x_5) = 0.$
- 2.4. $p(x_1) = 0,35, p(x_2) = p(x_3) = 0,25, p(x_4) = 0,1, p(x_5) = 0,05.$
- 2.5. $p(x_1) = p(x_2) = 0,25, p(x_3) = p(x_4) = 0,2, p(x_5) = 0,1.$
- 2.6. $p(x_1) = p(x_2) = 0,3, p(x_3) = 0,2, p(x_4) = 0,15, p(x_5) = 0,05.$
- 2.7. $p(x_1) = 0,3, p(x_2) = 0,25, p(x_3) = 0,2, p(x_4) = 0,15, p(x_5) = 0,1.$
- 2.8. $p(x_1) = 0,35, p(x_2) = p(x_3) = p(x_4) = 0,2, p(x_5) = 0,05.$
- 2.9. $p(x_1) = 0,4, p(x_2) = 0,25, p(x_3) = 0,2, p(x_4) = 0,1, p(x_5) = 0,5.$
- 2.10. $p(x_1) = 0,4, p(x_2) = p(x_3) = 0,25, p(x_4) = p(x_5) = 0,05.$
- 2.11. $p(x_1) = 0,35, p(x_2) = p(x_3) = 0,2, p(x_4) = 0,15, p(x_5) = 0,1.$
- 2.12. $p(x_1) = 0,3, p(x_2) = p(x_3) = 0,25, p(x_4) = 0,15, p(x_5) = 0,05.$
- 2.13. $p(x_1) = 0,6, p(x_2) = 0,15, p(x_3) = p(x_4) = 0,01, p(x_5) = 0,05.$
- 2.14. $p(x_1) = 0,5, p(x_2) = 0,2, p(x_3) = 0,15, p(x_4) = 0,05, p(x_5) = 0.$
- 2.15. $p(x_1) = 0,5, p(x_2) = p(x_3) = p(x_4) = 0,15, p(x_5) = 0,05.$

3. Для ансамбля $X = \{x_1, \dots, x_9\}$ длины слов которого равны $\{m_1, \dots, m_9\}$, определите минимальное кодовое основание, при котором получается однозначно декодируемый код.

- 3.1. $m = \{1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2\}.$
- 3.2. $m = \{1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3\}.$
- 3.3. $m = \{1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3\}.$
- 3.4. $m = \{1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2\}.$
- 3.5. $m = \{1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2\}.$
- 3.6. $m = \{1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3\}.$

3. 7. $m = \{1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2\}$.
 3. 8. $m = \{1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3\}$.
 3. 9. $m = \{2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2\}$.
 3. 10. $m = \{2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3\}$.
 3. 11. $m = \{1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3\}$.
 3. 12. $m = \{1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3\}$.
 3. 13. $m = \{2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3\}$.
 3. 14. $m = \{2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3\}$.
 3. 15. $m = \{1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3\}$.

4. N равновероятных сообщений кодируются: 1) равномерным двоичным кодом, 2) оптимальным кодом Фано. Определите энтропию и избыточности кодов.

4. 1. $N = 5$. 4. 2. $N = 10$. 4. 3. $N = 9$. 4. 4. $N = 6$.
 4. 5. $N = 11$. 4. 6. $N = 8$. 4. 7. $N = 7$. 4. 8. $N = 12$.
 4. 9. $N = 7$. 4. 10. $N = 8$. 4. 11. $N = 11$. 4. 12. $N = 6$.
 4. 13. $N = 9$. 4. 14. $N = 10$. 4. 15. $N = 5$.

5. Алфавит состоит из четырех букв. Закодируйте сообщение S алгоритмом Фано, Шеннона и Хаффмана. Найдите энтропию и средние длины кодовых слов.

5. 1. $S = abcdaabbadbcbdbb$. 5. 9. $S = abcdabcdadaba$.
 5. 2. $S = aabbcdcbcbdaaacbd$. 5. 10. $S = abcdacdcdbbbaa$.
 5. 3. $S = bcbdbabdbaaacbcdcdc$. 5. 11. $S = bbaacdcdabb$.
 5. 4. $S = dcdcacbbdbdbababb$. 5. 12. $S = abcdddbabcadd$.
 5. 5. $S = aabbacadbddadcd$. 5. 13. $S = bbccdbbaaacbcdcb$.
 5. 6. $S = cddadbcbcaaddccb$. 5. 14. $S = aaccdbdbabcdabbccd$.
 5. 7. $S = bcbdbbbbaaacdddaa$. 5. 15. $S = bcdbcdadbccdda$.
 5. 8. $S = aabcdabbccddbd$.

6. Алфавит из трех букв A , B и C . Произведите кодирование по алгоритму Фано отдельных букв и двухбуквенных сочетаний. Сравните коды по их эффективности и избыточности.

6. 1. $p(A) = 0,7$, $p(B) = 0,2$, $p(C) = 0,1$.
 6. 2. $p(A) = 0,6$, $p(B) = 0,3$, $p(C) = 0,1$.
 6. 3. $p(A) = 0,6$, $p(B) = 0,2$, $p(C) = 0,2$.

6. 4. $p(A) = 0,5$, $p(B) = 0,3$, $p(C) = 0,2$.
 6. 5. $p(A) = 0,5$, $p(B) = 0,4$, $p(C) = 0,1$.
 6. 7. $p(A) = 0,4$, $p(B) = 0,3$, $p(C) = 0,3$.
 6. 8. $p(A) = 0,6$, $p(B) = 0,25$, $p(C) = 0,15$.
 6. 9. $p(A) = 0,7$, $p(B) = 0,15$, $p(C) = 0,15$.
 6. 10. $p(A) = 0,8$, $p(B) = 0,1$, $p(C) = 0,1$.
 6. 11. $p(A) = 0,65$, $p(B) = 0,2$, $p(C) = 0,15$.
 6. 12. $p(A) = 0,4$, $p(B) = 0,4$, $p(C) = 0,2$.
 6. 13. $p(A) = 0,5$, $p(B) = 0,35$, $p(C) = 0,15$.
 6. 14. $p(A) = 0,55$, $p(B) = 0,25$, $p(C) = 0,2$.
 6. 15. $p(A) = 0,45$, $p(B) = 0,3$, $p(C) = 0,25$.

7. Сообщение составлено из элементов x_1 и x_2 с вероятностями $p(x_1)$ и $p(x_2)$. Закодируйте последовательность $x_1x_2x_1x_1x_1x_2x_2x_2x_1x_1x_2x_2$ так, чтобы эффективность была не ниже 0,8.

7. 1. $p(x_1) = 0,8$, $p(x_2) = 0,2$.
 7. 2. $p(x_1) = 0,7$, $p(x_2) = 0,3$.
 7. 3. $p(x_1) = 0,6$, $p(x_2) = 0,4$.
 7. 4. $p(x_1) = 0,75$, $p(x_2) = 0,25$.
 7. 5. $p(x_1) = 0,84$, $p(x_2) = 0,16$.
 7. 7. $p(x_1) = 0,77$, $p(x_2) = 0,23$.
 7. 8. $p(x_1) = 0,89$, $p(x_2) = 0,11$.
 7. 9. $p(x_1) = 0,73$, $p(x_2) = 0,27$.
 7. 10. $p(x_1) = 0,82$, $p(x_2) = 0,18$.
 7. 11. $p(x_1) = 0,85$, $p(x_2) = 0,15$.
 7. 12. $p(x_1) = 0,68$, $p(x_2) = 0,32$.
 7. 13. $p(x_1) = 0,59$, $p(x_2) = 0,41$.
 7. 14. $p(x_1) = 0,76$, $p(x_2) = 0,24$.
 7. 15. $p(x_1) = 0,65$, $p(x_2) = 0,36$.