

4. УСЛОВНАЯ И ВЗАИМНАЯ ЭНТРОПИЯ

Вопросы для самоконтроля

1. Условная собственная информация $I(x | y)$ сообщения x при фиксированном y и формула (5.1) для ее вычисления. Условная собственная информация $I(y | x)$ сообщения y при фиксированном x и формула (5.1') для ее вычисления.

2. Условная энтропия ансамбля X при фиксированном сообщении $y \in Y$ и формула (5.2) для ее вычисления. Условная энтропия ансамбля Y при фиксированном сообщении $x \in X$ и формула (5.2') для ее вычисления.

3. Условная энтропия ансамбля X относительно ансамбля Y и формула (5.3) для ее вычисления. Условная энтропия ансамбля Y относительно ансамбля X и формула (5.3') для ее вычисления.

4. Свойства 5.1–5.4 условной энтропии с доказательством. Свойство аддитивности.

5. Количество информации в сообщении $x \in X$ о сообщении $y \in Y$ и формулы (6.1), (6.1') для ее вычисления.

6. Теорема 6.1 с доказательством.

7. Количество взаимной информации между сообщениями x и y и формула (6.4) для ее вычисления.

8. Среднее количество взаимной информации между ансамблями $\{X, p(x)\}$ и $\{Y, p(y)\}$ и формулы (6.5 и (6.8) для ее вычисления.

9. Средняя взаимная информация между ансамблем X и сообщением $y \in Y$, Средняя взаимная информация между ансамблем Y и сообщением $x \in X$, формулы (6.6 и (6.6') для вычисления.

Индивидуальные задания

ЗАДАЧА. Распределение вероятностей на произведении множеств X и Y задано в виде матрицы $p(x_i, y_j)$. Каждому студенту по своему варианту надо ответить на следующие 9 вопросов.

1. Определите энтропии порожденных ансамблей $\{X, p_1(x)\}$, $\{Y, p_2(y)\}$.

2. Являются ли ансамбли $\{X, p_1(x)\}$ и $\{Y, p_2(y)\}$ статистически независимыми? См. определение (3.3).

3. Вычислите условные вероятности $p(x_i | y_j)$ и $p(y_j | x_i)$. См. определения (3.4) и (3.4').

4. Вычислите условную собственную информацию $I(x_i | y_j)$ сообщения x_i при фиксированном y_j и условную собственную информацию $I(y_j | x_i)$ сообщения y_j при фиксированном x_i . См. определения (5.1) и (5.1').

5. Вычислите условную энтропию $H(X | y_j)$ ансамбля X при фиксированном сообщении $y_j \in Y$ и условную энтропию $H(Y | x_i)$ ансамбля Y при фиксированном сообщении $x_i \in X$. См. определения (5.2) и (5.2').

6. Вычислите условную энтропию $H(X | Y)$ ансамбля X при фиксированном ансамбле Y и условную энтропию $H(Y | X)$ ансамбля Y при фиксированном ансамбле X . См. определения (5.3) и (5.3').

7. Вычислите количество информации в сообщении $x \in X$ о сообщении $y \in Y$ и количество информации в сообщении $y \in Y$ о сообщении $x \in X$. См. определения (6.1) и (6.1'), теорему 6.1 и формулу (6.4).

8. Вычислите среднюю взаимную информацию $\mathbf{I}(X | y_j)$ между ансамблем X и сообщением $y_j \in Y$ и среднюю взаимную информацию $\mathbf{I}(Y | x_i)$ между ансамблем Y и сообщением $x_i \in X$. См. определения (6.3) и (6.3').

9. Вычислите среднюю взаимную информацию между ансамблями X и Y . См. определение (6.2), формулы (6.5), (6.8).

$$1.1. p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/7 & 1/7 \\ 2/7 & 2/7 \\ 0 & 1/7 \end{pmatrix}.$$

$$1.2. p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/8 & 1/8 \\ 1/4 & 1/8 \\ 1/4 & 1/8 \end{pmatrix}.$$

$$1.3. p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/8 & 1/4 & 1/8 \\ 1/4 & 0 & 1/4 \end{pmatrix}.$$

$$1.4. p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/6 & 1/6 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \end{pmatrix}.$$

$$1.5. p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/8 & 1/8 & 1/4 \\ 1/8 & 1/4 & 1/8 \end{pmatrix}.$$

$$1.6. p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/7 & 1/7 & 2/7 \\ 2/7 & 0 & 1/7 \end{pmatrix}.$$

$$1.7. p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/6 & 0 \\ 1/6 & 1/6 \\ 1/3 & 1/6 \end{pmatrix}.$$

$$1.8. p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/8 & 1/8 \\ 1/8 & 1/4 \\ 1/8 & 1/4 \end{pmatrix}.$$

$$1.9. p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 1/9 \\ 1/9 & 2/9 & 2/9 \end{pmatrix}.$$

$$1.10. p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/5 & 1/5 & 1/10 \\ 1/5 & 1/10 & 1/5 \end{pmatrix}.$$

$$1.11. p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/16 & 1/4 & 1/16 \\ 1/16 & 1/16 & 1/2 \end{pmatrix}.$$

$$1.12. p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/8 & 0 & 1/4 \\ 1/8 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix}.$$

$$1.13. p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/6 & 0 & 1/6 \\ 1/6 & 1/3 & 1/6 \end{pmatrix}.$$

$$1.14. p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/8 & 1/8 & 1/8 \\ 1/4 & 1/8 & 1/4 \end{pmatrix}.$$

$$1.15. p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 1/9 & 1/9 \\ 2/9 & 2/9 \end{pmatrix}.$$