**Лекция 10.**

**Граничные точки при замене переменных.**

**Свойства граничных точек уравнений при замене переменных.**

**Теорема 16.** *Пусть в уравнении с параметрами и переменными точка является граничной. Тогда для неё справедливо одно из следующих условий:*

1. *соответствующее частное уравнение неопределено;*
2. *для вспомогательной переменной точка является граничной в уравнении ;*
3. *для общего решения на множестве в уравнении точка является граничной или изолированной точкой множества , где  – некоторый тип частных уравнений.*

Доказательство. Пусть допустимое граничное значение параметров в исходном уравнении, причем не является граничным значением в уравнении *.* Пусть – тип частных уравнений, содержащих уравнение . Пусть – тип частных уравнений, содержащих уравнение .

Если – особые частные уравнения типа или типа , то и так же будет особым. В силу выбора все точки множества являются граничными или изолированными, а в множестве существуют внутренние точки.

Если уравнение не имеет решений, то . Получаем противоречие. Пусть – некоторое общее решение уравнения на множестве , . Ввиду равносильности исходного уравнения и системы

всякое решение уравнения является решением исходного уравнения, причем .

Пусть – все общие решения уравнения , для которых . В каждом из уравнений через обозначим тип частных уравнений, содержащий уравнение , . Предположим, что хотя бы одно из таких частных уравнений имеет решение и пусть – все общие решения уравнения . Тогда

и кроме того

В силу выбора в множестве внутренние точки отсутсвуют, поэтому является граничной или изолированной точкой по крайней мере в одном из множеств .

Допустим, что для каждого из общих решений ни одно из уравнений не имеет решений. Тогда на множестве  
исходное уравнение решений не имеет. Поскольку и в точка изолированная или граничная, то – изолированная или граничная в некотором множестве . Теорема доказана.