

# КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

по «МЕТОДАМ ВЫЧИСЛЕНИЙ»

для студентов **5 курса заочной формы** обучения на 2016/17 уч.год

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

### Тема 1 ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ

**Задание 1.1.** Для функции заданной таблично построить интерполяционный полином Лагранжа в виде

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\cdots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\cdots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\cdots(x_i-x_n)} \quad (1.1)$$

и получить многочлен

$$L_4(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0. \quad (1.2)$$

Вычислить значение многочлена в точке  $C$ , где  $x_1 < C < x_2$ . Выполнить проверку, вычислив значение многочлена в точке  $C$  по формулам (1.1) и (1.2).

Построить таблицу исходных данных, исходя из следующих зависимостей:

$$y_i = x_i^4 \cos(3x) + kx_i^2 + k - \frac{g-k}{g+k}, \quad i = \overline{0,4},$$

где  $k$  – номер варианта, исходя из списка по журналу,  $g$  – номер года,  $x_0 = \frac{3}{k}$ ;  $x_1 = x_0 + 0.1$ ;  $x_2 = x_0 + 0.2$ ;  $x_3 = x_0 + 0.25$ ,  $x_4 = x_0 + 0.3$ .

$i$	0	1	2	3	4
$x_i$	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$y_i$	$y_0$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$

Таблицу заполнить с точностью до трех знаков после запятой.

**Задание 1.2.** Используя первую интерполяционную формулу Ньютона для неравноотстоящих узлов интерполяции вычислить значение функции заданной таблично в точке  $x = C$ . Таблицу данных взять из задания 1.1. Для нечетных вариантов  $x_0 < C < x_1$ .

**Задание 1.3.** Используя вторую интерполяционную формулу Ньютона для неравноотстоящих узлов интерполяции вычислить значение функции заданной таблично в точке  $x = C$ . Таблицу данных взять из задания 1.1. Для четных вариантов  $x_3 < C < x_4$ .

**Задание 1.4.** Используя первую интерполяционную формулу Ньютона для равноотстоящих узлов интерполяции вычислить значение функции заданной таблично в точке  $x = C$ . Для четных вариантов  $x_0 < C < x_1$ . Оценить погрешность интерполяционной формулы.

Построить таблицу данных функции

$$y_i = 2x_i^3 \cos(5x) - x_i^2 + 3x_i + k - \frac{g-k}{g+k}, \quad i = \overline{0,4},$$

где  $k$  – номер варианта,  $g$  – номер года.  $x_0 = \frac{k}{6} + \frac{g-k}{g+k}$ ;  $x_i = x_0 + ih$ ,  $h = 0.2$ ,  $i = \overline{1,4}$ ;

**Задание 1.5.** Используя вторую интерполяционную формулу Ньютона для равноотстоящих узлов интерполяции вычислить значение функции заданной таблично в точке  $x = C$ . Для нечетных вариантов  $x_3 < C < x_4$ . Оценить погрешность интерполяционной формулы.

Построить таблицу данных функции

$$y_i = 2x_i^3 \sin(5x) - x_i^2 + 3x_i + k - \frac{g-k}{g+k}, \quad i = \overline{0,4},$$

где  $k$  – номер варианта,  $g$  – номер года.

$$x_0 = \frac{k}{5} + \frac{g-k}{g+k}; \quad x_i = x_0 + ih, \quad h = 0.2, \quad i = \overline{1,4};$$

**Задание 1.6.** Используя первую или вторую формулу Ньютона для равноотстоящих узлов интерполяции вычислить значения первой и второй производных в точке  $C$ . Данные взять из задания 1.4 или 1.5.

**Задание 1.7.** Используя точечный метод наименьших квадратов построить аппроксимирующий полином второго порядка  $P_2(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2$  для функции заданной таблично. Проверить правильность решения системы уравнений, полученной в результате выполнения задания. Данные взять из задания 1.4 или 1.5.

**Задание 1.8.** Используя интегральный метод наименьших квадратов построить полином 3-го порядка  $P_3(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3$  для функции заданной аналитически

$$y_i = x_i^3 \sin(kx) - x_i^2 + x_i + k - \frac{g-k}{g+k},$$

где  $k$  – номер варианта,  $g$  – номер года, на отрезке  $[1,2]$ .

## Тема 2 КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ

**Задание 2.1.** Используя квадратурную формулу трапеций вычислить определенный интеграл при  $n=4$ . Оценить погрешность результата

$$\int_a^b \frac{13k \cos(x) dx}{\sqrt{kx^2 + g}}; \quad a = 0, \quad b = 2,$$

где  $k$  – номер варианта,  $g$  – номер года.

**Задание 2.2.** Вычислить определенный интеграл из задания 2.1 по формуле трапеций с точностью  $\varepsilon = 0.001$ .

**Задание 2.3.** Вычислить определенный интеграл из задания 2.1 по квадратурной формуле Симпсона при  $n=8$ . Оценить погрешность результата.

**Задание 2.4.** Вычислить определенный интеграл из задания 2.1 по квадратурной формуле Гаусса для  $n = 4$ .

**Задание 2.5.** Вычислить определенный интеграл из задания 2.1 по квадратурной формуле трапеций при  $n_1 = 4$ ,  $n_2 = 8$  и уточнить его по экстраполяционной формуле Ричардсона.

## Тема 3 РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

**Задание 3.1.** Отделить корни уравнения графически. Построить соответствующие графики. Применить правило Декарта и теорему Штурма.

**Задание 3.2.** Отделить корни уравнения аналитически. Построить соответствующие графики. Применить правило Декарта и теорему Штурма.

*Варианты заданий:*

1.  $2x^3 - 3x^2 - 12x - 5 = 0$

16.  $2x^3 - 3x^2 - 12x + 1 = 0$

2.  $x^3 - 3x^2 + 3 = 0$

3.  $x^3 + 3x^2 - 24x - 10 = 0$

4.  $2x^3 + 9x^2 - 21 = 0$

5.  $x^3 + 3x^2 - 2 = 0$

6.  $x^3 + 3x^2 - 24x + 10 = 0$

7.  $2x^3 + 9x^2 - 10 = 0$

8.  $x^3 + 3x^2 - 3 = 0$

9.  $2x^3 - 3x^2 - 24x - 5 = 0$

10.  $x^3 - 12x - 5 = 0$

11.  $2x^3 - 3x^2 - 12x + 12 = 0$

12.  $x^3 + 3x^2 - 24x - 3 = 0$

13.  $x^3 + 3x^2 - 1 = 0$

14.  $x^3 - 12x^2 + 6 = 0$

15.  $2x^3 - 12x + 10 = 0$

17.  $x^3 - 3x^2 - 24x - 5 = 0$

18.  $x^3 - 4x^2 + 2 = 0$

19.  $x^3 - 12x - 5 = 0$

20.  $x^3 + 3x^2 - 24x + 1 = 0$

21.  $2x^3 - 3x^2 - 12x + 12 = 0$

22.  $2x^3 + 9x^2 - 6 = 0$

23.  $x^3 - 3x^2 + 1.5 = 0$

24.  $x^3 - 3x^2 - 24x + 10 = 0$

25.  $2x^3 + 3x^2 - 24x - 3 = 0$

26.  $x^3 - 12x - 10 = 0$

27.  $2x^3 + 9x^2 - 4 = 0$

28.  $2x^3 - 3x^2 - 12x + 8 = 0$

29.  $x^3 + 3x^2 - 1 = 0$

30.  $x^3 - 3x^2 + 3.5 = 0$

**Задание 3.3.** Один из корней, отделенных в задании 3.1, уточнить методом простой итерации с заданной точностью  $\varepsilon = 0.001$ .

**Задание 3.4.** Один из корней, отделенных в задании 3.1, уточнить методом хорд с заданной точностью  $\varepsilon = 0.001$ .

**Задание 3.5.** Один из корней, отделенных в задании 3.1, уточнить методом Ньютона с заданной точностью  $\varepsilon = 0.001$ .

Провести графическую иллюстрацию и сравнительную характеристику примененных методов.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Березин, И.С. Методы вычислений: в 2 т. Т.1. / И.С.Березин, Н.П.Жидков. – М.: Наука, 1966. – 630с.
- 2 Демидович, Б.П. Численные метода анализа / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. – М.: Наука, 1967. – 368с.
- 3 Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики / Б.П. Демидович, И.А. Марон. – М.: Наука, 1970. – 664с.
- 4 Крылов, В.И. Вычислительные методы: в 2 т. Т.1. / В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный. – М.: Наука, 1976. – 304с.
- 5 Крылов, В.И. Вычислительные методы: в 2 т. Т.2. / В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный. – М.: Наука, 1977. – 400с.
- 6 Сборник задач по методам вычислений / под ред. П.И. Монастырного. – Мн.: БГУ, 1983. – 287с.
- 7 Калиткин, Н.Н. Численные методы / Н.Н. Калиткин. – М.: Наука, 1978. – 512с.
- 8 Воробьева, Г.Н. Практикум по вычислительной математике / Г.Н. Воробьева, А.Н. Данилова. – М.: Высш. школа, 1990. – 208с.
- 9 Бахвалов, Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков. – М.: Высш. школа, 2000. – 230с.
- 10 Бахвалов, Н.С. Численные методы : учеб. Пособие для физ.-мат. специальностей вузов / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков; под общ. ред. Н.И. Тихонова. – 2-е изд. – М.: Физмалит: Лаб. базовых данных; СПб.: Нев.диалект, 2002. – 630с.
- 11 Численные методы: лабораторный практикум. Ч.1 / С.И. Голик [и др.]. М-во образования РБ, Гомельский гос. ун-т им. Ф.Скорины. – Гомель: ГГУ им. Ф.Скорины, 2001. – 60с.
- 12 Березовская, Е.М. Методы численного анализа : тексты лекций для студентов вузов специальности 1-31 03 06 «Экономическая кибернетика»: в 2 ч. Ч.1. Интерполяция и интегрирование / Е.М. Березовская; М-во образования РБ, Гомельский гос. ун-т им. Ф. Скорины. – Гомель: ГГУ им. Ф.Скорины, 2007. – 131с.
- 13 Березовская, Е.М. Методы вычислений : тексты лекций для студентов вузов специальности 1-31 03 01-02 «Математика (научно-педагогическая деятельность)»: в 2 ч. Ч.1. Интерполирование и нелинейные уравнения / Е. М. Березовская, М. И. Жадан; М-во образования РБ, Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины. – Гомель: ГГУ им. Ф.Скорины, 2010. – 80с.