**Интегрирование тригонометрических функций.**

 Рассмотрим некоторые случаи интегрирования тригонометрических выражений.

**Интегралы вида** .

 Вычисление интегралов вида , где - некоторая рациональная функция, осуществляется с помощью универсальной подстановки

 Тогда

 Подставив всё в исходный интеграл, получим интеграл от рациональной функции.

 **Пример 92.** Вычислить интеграл

 Решение.

**Интегралы вида** .

 Для нахождения интегралов такого вида используются следующие методы:

 1) подстановка , если - целое положительное нечётное число;

 2) подстановка , если - целое положительное нечётное число;

 3) если и - целые неотрицательные чётные числа, то используются формулы понижения степени

4) eсли - чётное отрицательное целое число, то используется подстановка . Тогда

 В результате получится интеграл от рациональной функции.

 **Пример 93.** Вычислить интеграл

 Решение. Так как - целое положительное нечётное число, то используем подстановку . Тогда

 В результате получим

 Остальные типы тригонометрических выражений сводятся к данным выражениям с помощью формул:

**Интегрирование иррациональных выражений**

**Интегралы вида**

 Такие интегралы называются *неопределёнными интегралами от квадратичных иррациональностей*. Их вычисляют, выделив под корнем полный квадрат и обозначая его затем за *t*.

 **Пример 94.** Вычислить интеграл

 Решение.

**Интеграл типа**

где - некоторый многочлен - ой степени.

 Интегралы такого вида вычисляют с помощью рекуррентной формулы

где - многочлен степени , коэффициенты которого (а также число λ) определяются с помощью метода неопределённых коэффициентов, предварительно продифференцировав обе части равенства.

**Интегралы типа**

где - некоторая рациональная функция.

 Интегралы такого вида приводятся к интегралам вида

с помощью следующих подстановок:

 в первом случае

 во втором случае

 в третьем случае

**Интегрирование дифференциального бинома**

 Как показал русский математик Чебышев П.А. такие интегралы берутся лишь в случаях, когда целым является одно из следующих чисел

 1. Если целым является , то применяется подстановка
где – наименьшее общее кратное знаменателей дробей и .

 2. Если – целое число, то применяется подстановка
где - знаменатель дроби .

 3. Если – целое число, то применяется подстановка
где  - знаменатель дроби .

 Во всех остальных случаях интегралы такого вида не выражаются через известные элементарные функции, т. е являются *неберущимися.*

 **Пример 95.** Представить интеграл

в виде интеграла от рациональной дроби.

 Решение. Запишем интеграл в виде дифференциального бинома

 В нашем случае

 Поэтому целым является выражение

 Применяем подстановку Отсюда

 Подставим эти выражения в интеграл

 В результате получили интеграл от рациональной дроби, который вычисляется разложением на сумму простейших дробей и их последующим интегрированием.

**Неберущиеся интегралы.**

*Неберущимися* являются также интегралы: