**Общие уравнения прямой линии.**

**Угол между двумя прямыми.**

 Пусть заданы две различные прямые и (рис. 17).

 Тогда

 , ,

 и угол между этими прямыми равен

 Следовательно

Формула угла между двумя прямыми имеет вид

**Условие параллельности двух прямых*.***

 Если две прямые и параллельны, то угол между ними равен нулю и тогда



Следовательно, , или .

 Таким образом, необходимым и достаточным условием параллельности прямых является равенство их угловых коэффициентов (рис. 18).

 **Пример 8.** Две прямые и являются параллельными т.к.

**Условие перпендикулярности двух прямых.**

 Если две прямые и взаимно перпендикулярны (рис. 19), то угол между ними равен и не существует. А так как

и дробь


не существует тогда и только тогда, когда её знаменатель равен нулю, т.е. тогда, когда выполняется равенство . Это и есть условие перпендикулярности двух прямых. Выразив один угловой коэффициент через другой, получим

 **Пример 9**. Прямые

перпендикулярны, так как

**Общее уравнение прямой.**

 Уравнение вида называется *общим уравнением прямой*.

 а) Если , то уравнение будет иметь вид . Прямая, определяемая этим уравнением, проходит через начало координат, так как координаты удовлетворяют этому уравнению*.*

 б) Если , то уравнение примет вид или

 Данное уравнение не содержит переменной , а определяемая им прямая, параллельна оси .

 в) Если , то уравнение примет вид , откуда

 Обозначим

получим - уравнение прямой через угловой коэффициент .

**Уравнение прямой в полярных координатах*.***

 Пусть дана система полярных координат с полюсом в точке и прямая, проходящая на расстоянии от полюса (рис. 20).Выберем на прямой произвольную точку с текущими координатами . Тогда из прямоугольного треугольника получим равенство

или ввиду четности функции косинуса

Это и есть уравнение прямой в полярных координатах.

**Нормальное уравнение прямой.**

Так как уравнение прямой в полярных координатах имеет вид

где - расстояние от полюса до данной прямой, то разложив косинус, получим

 Учитывая формулы перехода от полярных к декартовым координатам

 , ,

получим уравнение прямой линии в виде

которое и называется *нормальным* (рис. 21)*.*

 **Замечание.** Чтобы общее уравнение прямой записать в нормальном виде необходимо его разделить на выражение . Тогда оно примет вид

Заменив

получим уравнение в нормальном виде.

 **Пример 10.** Записать уравнение прямой линии в нормальном виде.

 Решение. Запишем уравнение в общем виде, перенеся все слагаемые в одну сторону

.

 Разделим обе части уравнения на выражение

.

Получим

Так как

то это и есть нормальное уравнение прямой.

**Расстояние от точки до прямой.**

 Пусть дано общее уравнение прямой в виде и дана точка , не лежащая на этой прямой. Требуется определить расстояние от точки до прямой (рис. 22).

 Нормальное уравнение прямой имеет вид



 Здесь означает расстояние от полюса до прямой. Отсюда

 Переместим полюс в точку . Тогда

или

А так как , то окончательно получаем

 **Пример 11.** Найти расстояние от точки до прямой линии, заданной уравнением

 Решение. По формуле расстояния от точки до прямой имеем