Вариант 1

1. Пользуясь определением предела последовательности доказать:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3n + \sin 3n}{n - 6} = 3$$

2. Используя определение предела функции по Гейне (на языке последовательностей). Доказать, что не существует:

$$\lim_{x\to 0} F(x),$$

$$F(X) = \begin{cases} x+1, & \text{при } x \le 0, \\ 2+x, & \text{при x>0} \end{cases}$$

3. Вычислить пределы:

$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{2/x}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{x+1}-1}{x}$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{\cos x - \cos 2}{x-2}$$

4. Доказать непрерывность функции в точке a непосредственно по определению непрерывности по Коши:

$$f(x) = 4x^2 - 8, a = 2$$

5. Исследовать функцию на непрерывность.Найти точки разрыва. Определить их характер.

$$F(X) = \begin{cases} 2, & \text{при } x \le -1, \\ 2-2x, & \text{при} -1 \le x \le 1, \\ \ln x, & \text{при } x \ge 1 \end{cases}$$

6.Пользуясь правилами дифференцирования ,вычислить производные данных функций: a) $y = \frac{x}{2} \ln x$ b) $y = \operatorname{tg}^2 x + \ln \cos^2 x$ c) $y = x^{\sin x^3}$