Вариант 2

1. Пользуясь определением предела последовательности доказать:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n+\sin n}{2n+4} = 1/2$$

2. Используя определение предела функции по Гейне (на языке последовательностей). Доказать, что не существует:

$$\lim_{x\to 0} F(x),$$

$$F(X) = \begin{cases} x^2+2, & \text{при } x \le 0, \\ 1+x, & \text{при x>0} \end{cases}$$

3. Вычислить пределы:

$$\lim_{x\to 0} \left(1+\frac{x}{8}\right)^{5/x}$$

$$\lim_{x\to -1} \frac{x^2-2x-3}{x^2-5x-6}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{\sqrt{x}-1}$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{\sin x}$$

4. Доказать непрерывность функции в точке a непосредственно по определению непрерывности по Коши:

$$f(x) = 6x^2+3, a = 1$$

5. Исследовать функцию на непрерывность.Найти точки разрыва. Определить их характер.

$$F(X) = \begin{cases} x^2, & \text{при } x < 1, \\ (x-1)^2, & \text{при} 1 \le x \le 2, \\ 3-x, & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

6.Пользуясь правилами дифференцирования ,вычислить производные данных функций: a) $y = \sqrt{x}\cos x$ b) $y = \ln(x^2+\sqrt{x^4+1}$ c) $y = (\ln x)^{3x}$