ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

по «МЕТОДАМ ВЫЧИСЛЕНИЙ»

для студентов **5 курса** заочной формы обучения на 2018/19 уч.год

Тема 1 РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ (СЛАУ). Прямые методы решения СЛАУ

1 На какие группы подразделяются методы решения систем линейных алгебраических уравнений?

а) точные методы;
б) вероятностные методы;
в) итерационные методы;
г) методы ручного счета;
д) программируемые методы.

2 К методам последовательного исключения неизвестных относятся:

а) метод Гаусса;
б) метод трапеций;
в) метод половинного деления;
г) метод квадратного корня;
д) метод прогонки;
е) метод Халецкого.

3 Наведите соответствие между действиями и методами:

а) значение переменной определяется из рекуррентных соотношений; б) разложение матрицы на произведение двух треугольных; в) прямой и обратный ход применяется; г) ведущий элемент выбирается; д) определитель вычисляется; е) обратная матрица находится.	а) метод Гаусса; б) метод трапеций; в) метод половинного деления; г) метод квадратного корня; д) метод прогонки; е) метод Халецкого.

4 Какими факторами определяется выбор численного метода:

а) особенностями матрицы коэффициентов системы;

б) ошибками округления;
в) порядком системы;
г) сложностью алгоритма;
д) быстродействием;
е) объемом памяти ЭВМ;
ж) назвать свои факторы.

Тема 2 РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ (СЛАУ). Итерационные методы решения СЛАУ

1 В чем заключается смысл итерационных методов решения систем линейных алгебраических уравнений?
а) увеличивается точность вычислений;
б) построение рекурсивного процесса;
в) нахождение последовательных приближений;
г) применение рекуррентного вычислительного аппарата;
д) в оценке сходимости процесса вычислений.

2 К итерационным методам решения СЛАУ относятся:
а) релаксационные методы;
б) метод итераций;
в) метод половинного деления;
г) метод минимальных невязок;
д) метод скорейшего спуска;
е) метод Зейделя.

3 Какова вычислительная схема итерационных методов:
а) представление исходной системы в канонической форме;
б) последовательное исключение неизвестных в уравнениях системы;
в) определение условий сходимости;
г) использование только что вычисленного значения в последующих равенствах;
д) применение одношагового вычислительного процесса;
е) применение двухшагового вычислительного процесса;
ж) определение невязки;
з) применение явной или неявной вычислительной схемы.

Тема 3 ВЫЧИСЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ И СОБСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ МАТРИЦЫ. Прямые методы нахождения собственных значений и собственных векторов матрицы

1 Какие из приведенных методов нахождения собственных значений и собственных векторов матрицы относятся к прямым методам?

а) метод Гаусса;
б) метод наимениших квадратов;
в) метод Крылова;
г) метод вращения;
д) метод Данилевского.

2 Прямые методы нахождения собственных значений и собственных векторов матрицы позволяют:

а) находить некоторые собственные значения;
б) находить собственные вектора;
в) решать полную проблему собственных значений;
г) находить сначала собственные вектора, а затем соответствующие им собственные значения;
д) решать частичную проблему собственных значений;
е) находить минимальное и максимальное собственное значение.

3 Наведите соответствие между действиями и методами:

а) собственное значение определяется из рекуррентных соотношений; б) строится характеристический многочлен; в) прямой и обратный ход применяется; г) решая характеристическое уравнение, получаем собственные вектора; д) решением характеристического уравнения являются собственные значения; е) для решения полной проблемы собственных значений; ж) свойство подобных матриц используется; з) переход к матрице Фробениуса	а) метод Гаусса; б) метод наимениших квадратов; в) метод Крылова; г) метод вращения; д) метод Данилевского; е) вариационные методы.

осуществляется; и) если система уравнений не имеет решений или их бесконечно много, то следует взять другой начальный вектор.	

Тема 4 ВЫЧИСЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ И СОБСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ МАТРИЦЫ. Итерационные методы решения проблемы собственных значений

1 Какие из приведенных методов нахождения собственных значений и собственных векторов матрицы относятся к итерационным методам?

а) метод последовательных приближений;
б) метод Якоби;
в) метод Крылова;
г) метод вращения;
д) метод Зейделя.

2 Итерационные методы нахождения собственных значений и собственных векторов матрицы позволяют:

а) находить некоторые собственные значения;
б) находить собственные вектора;
в) решать полную проблему собственных значений;
г) находить сначала собственные вектора, а затем соответствующие им собственные значения;
д) решать частичную проблему собственных значений;
е) находить минимальное и максимальное собственное значение.

3 Наведите соответствие между действиями и методами:

а) собственное значение определяется из рекуррентных соотношений; б) строится характеристический многочлен; в) прямой и обратный ход применяется; г) действительная матрица может быть приведена подобными преобразованиями к диагональному виду;	а) метод последовательных приближений; б) метод Якоби; в) метод Крылова; г) метод вращения; д) итерационный метод вычисления наибольшего по модулю собственного значения матрицы; е) вариационные методы.

д) решением характеристического уравнения являются собственные значения; е) для решения полной проблемы собственных значений; ж) свойство подобных матриц используется; з) нахождение очередных собственных значений и векторов осуществляется; и) если система уравнений не имеет решений или их бесконечно много, то следует взять другой начальный вектор.	

Тема 5 РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА.

1 Какую задачу называют задачей Коши для дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ для $x \in [a, b]$**?**

а) для данного значения x найти значение $y(x) \in [a, b]$;

б) найти значение $y(x)$, удовлетворяющее дифференциальному уравнению;

в) найти значение $y(x) \in [a, b]$, удовлетворяющее дифференциальному уравнению;

г) найти значение $y(x) \in [a, b]$, удовлетворяющее дифференциальному уравнению и условию $y(x_0) = y_0$;

д) найти значение $y(x)$, удовлетворяющее дифференциальному уравнению и условию $y(x_0) = y_0$;

е) найти решение $y(x)$ дифференциального уравнения с начальным условием $y(x_0) = y_0$;

2 К одношаговым методам решения задачи Коши относятся:

а) метод трапеций;
б) метод Эйлера;
в) метод половинного деления;
г) разностные схемы Рунге-Кутта;

д) метод прогонки;
е) разностные схемы Адамса;
ж) метод конечных разностей.

3 Наведите соответствие между действиями и методами:

а) $\begin{cases} \dfrac{u_{i+1}-u_i}{h} = f(x_i, u_i) \\ u(a) = u_0 \end{cases}$;	а) метод трапеций;
б) $y_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i)$;	б) метод Эйлера;
в) $y_{i+1} = y_i + h\dfrac{f(x_i, y_i) + f(x_i, y_{i+1})}{2}$;	в) метод половинного деления;
г) $y_{i+1} = y_i + hf(x_{i+\frac{1}{2}}, y_{i+\frac{1}{2}})$;	г) разностные схемы Рунге-Кутта;
д) $y_{i+1} = y_i + \Delta y_i$, $\Delta y_i = \dfrac{1}{6}\left(K_1^{(i)} + 2K_2^{(i)} + 2K_3^{(i)} + K_4^{(i)}\right)$;	д) метод прогонки;
е) $y_{i+1}^{(k)} = y_i + \dfrac{h}{2}[f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}^{k-1})]$	е) разностные схемы Адамса;
ж) $y_{i+1} = y_i + \dfrac{h}{24}\left(55y'_i - 59y'_{i-1} + 37y'_{i-2} - 9y'_{i-3}\right)$	ж) метод конечных разностей;
з) $y_{i+1} = y_i + \dfrac{h}{24}\left(9y'_{i+1} + 19y'_i - 5y'_{i-1} + y'_{i-2}\right)$.	з) метод Эйлера-Коши
	и) метод Эйлера усовершенствованный.

4 Какова погрешность методов на каждом шаге при решении задачи Коши:

а) метод трапеций;	а) обладает первым порядком аппроксимации и точности;
б) метод Эйлера;	б) есть величина порядка h^5;
в) метод половинного деления;	в) Обычно шаг h уменьшают в два раза;
г) разностные схемы Рунге-Кутта;	г) на всем отрезке $[x_0, X]$ порядок точности равен h^4;
д) метод прогонки;	д) имеет порядок $O(h^3)$;
е) разностные схемы Адамса;	
ж) метод конечных разностей;	
з) метод Эйлера-Коши	
и) метод Эйлера усовершенствованный.	

Тема 6 МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА. Разностные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка

1 Какую задачу называют краевой задачей для дифференциального уравнения $F(x, y, y', ..., y^{(n)}) = 0 \quad (n \geq 2)$ на $[a, b]$?

а) найти решение $y = y(x)$ уравнения с условиями $\left.\begin{array}{l}\alpha_0 y(a) + \alpha_1 y'(a) = A \\ \beta_0 y(b) + \beta_1 y'(b) = B\end{array}\right\}$;

б) найти решение $y = y(x)$ уравнения с условиями $V_m(y_1, y_1', ..., y_1^{(\alpha_{1m})}, ..., y_k, y_k', ..., y_k^{(\alpha_{km})}) = 0 \quad (m = 1, 2, .., n)$;

в) найти значение $y(x) \in [a, b]$, удовлетворяющее дифференциальному уравнению;

г) найти значение $y(x) \in [a, b]$, удовлетворяющее дифференциальному уравнению и условию $y(x_0) = y_0$;

д) найти решение $y = y(x)$ дифференциального уравнения с начальным условием $y(x_0) = y_0$;

2 Как называют двухточечную краевую задачу: найти решение $y = y(x)$ уравнения $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$ с краевыми условиями $\left.\begin{array}{l}\alpha_0 y(a) + \alpha_1 y'(a) = A \\ \beta_0 y(b) + \beta_1 y'(b) = B\end{array}\right\}$?

а) однородной;
б) неоднородной;
в) линейной;
г) нелинейной;
д) разностной;
е) тривиальной;
ж) аналитической.

3 Какие методы применяют для решения следующей задачи:

найти решение $y = y(x)$ уравнения $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$ с краевыми условиями	а) метод Эйлера; б) метод половинного деления; в) разностные схемы Рунге-Кутта; г) метод прогонки;

$\left.\begin{array}{l}\alpha_0 y(a)+\alpha_1 y'(a)=A \\ \beta_0 y(b)+\beta_1 y'(b)=B\end{array}\right\}?$	д) разностные схемы Адамса; е) метод конечных разностей; ж) метод Эйлера-Коши з) метод стрельбы.

4 От чего зависит погрешность методов при решении краевой задачи:

а) метод Эйлера; б) метод половинного деления; в) разностные схемы Рунге-Кутта; г) метод прогонки; д) разностные схемы Адамса; е) метод конечных разностей; ж) метод Эйлера-Коши з) метод стрельбы.	а) только от аппроксимации дифференциального уравнения; б) только от аппроксимации краевых условий; в) от замены краевой задачи разностной; г) на всем отрезке $\left[x_0, X\right]$ порядок точности равен h^4; д) имеет порядок $O(h^3)$;

5 Какому методу соответствуют фразы:

а) сведение краевой задачи к системе конечно-разностных уравнений б) в каком методе применяется прямой и обратный ход в) сведение краевой задачи к трехдиагональной системе г) аппроксимация на границах на двух- трехточечном шаблоне д) находят частное решение однородного и неоднородного уравнения е) задаются начальные значения $y_0^0=a, \quad y_1^0=a+o(h).$ для уравнения	а) метод Эйлера; б) метод половинного деления; в) разностные схемы Рунге-Кутта; г) метод прогонки; д) разностные схемы Адамса; е) метод конечных разностей; ж) метод Эйлера-Коши з) метод стрельбы.

Тема 7 РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ. Разностные методы решения нестационарных дифференциальных уравнений в частных производных

1 Наведите соответствие между уравнением и его типом:

$\Delta u = 0$	а) эллиптического типа;
$\dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t)$	б) гиперболического типа;
$y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$	в) параболического типа;
$\Delta u \equiv \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x,y)$	г) ОДУ 2-го порядка;
$L[u] \equiv \Delta u + au_x + bu_y + cu = f(x,y)$	д) смешанное ДУ;
$\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x,y)$	е) однородное ДУ;
$L[u] = f(x,y)$	ж) неоднородное ДУ;
	з) уравнение Лапласа;
	и) уравнение Пуассона.

2 Какие задачи могут ставиться для уравнений теплопроводности?

а) задача Дирихле;
б) задача Коши;
в) задача Неймана;
г) разностная задача;
д) Гаусса схема;
е) смешанная задача;
ж) двухточечная задача.

3 Необходимо найти функцию $u = u(x,t)$ удовлетворяющую в прямоугольнике $\overline{D} = \{0 \le x \le 1,\ 0 \le t \le T\}$ уравнению теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \varphi(x,t)$$

с начальными $\quad u(x,0) = \psi(x), \quad 0 \le x \le 1$

и краевыми условиями $\quad [\alpha_0(t)u'_x + \beta_0(t)u]\big|_{x=0} = \gamma_0(t)$

$$[\alpha_1(t)u'_x + \beta_1(t)u]\big|_{x=1} = \gamma_1(t).$$

Является ли такая постановка задачи:

а) верной;
б) неверной;
в) полной;
г) неполной;
д) лишние начальные условия;
е) лишние граничные условия;
ж) достаточно одного граничного условия.

4 На каком шаблоне строиться разностная задача для одномерного уравнения теплопроводности:

а) на пятиточечном шаблоне типа крест;
б) на трехслойном шаблоне;
в) на двухслойном шаблоне;
г) на явном двухслойном шаблоне;
д) на неявном двухслойном шаблоне;
е) в зависимости от краевого условия.

5 Какие задачи могут ставиться для уравнений гиперболического типа?

а) задача Дирихле;
б) задача Коши;
в) задача Неймана;
г) разностная задача;
д) Гаусса схема;
е) смешанная задача;
ж) двухточечная задача.

6 На каком шаблоне строиться разностная схема для уравнений гиперболического типа?

а) на пятиточечном шаблоне типа крест;
б) на трехслойном шаблоне;
в) на двухслойном шаблоне;
г) на явном двухслойном шаблоне;
д) на неявном двухслойном шаблоне;
е) в зависимости от краевого условия..

Тема 8 РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРО-

ИЗВОДНЫХ. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике

1 Какому типу принадлежат приведенные дифференциальные уравнения:

$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+f(x,t)$ $\Delta u\equiv\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=f(x,y)$ $L[u]\equiv\Delta u+au_x+bu_y+cu=f(x,y)$ $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=f(x,y)$ $y''+p(x)y'+q(x)y=f(x)$	а) эллиптического типа; б) гиперболического типа; в) параболического типа; г) ОДУ 2-го порядка; д) смешанное ДУ; е) однородное ДУ; ж) неоднородное ДУ; з) уравнение Лапласа; и) уравнение Пуассона.

2 Какие задачи могут ставиться для уравнений эллиптического типа?

а) задача Дирихле;
б) задача Коши;
в) задача Неймана;
г) разностная задача;
д) Гаусса схема;
е) смешанная задача;
ж) двухточечная задача.

3 Разностная аппроксимация это

а) замена неоднородного уравнения однородным уравнением;

б) замена в уравнении частных производных обыкновенными, беря его правую часть равной нулю;

в) замена дифференциального уравнения разностным;

г) замена краевых условий сеточными значениями;

д) замена производных разностными зависимостями на шаблоне типа крест;

е) замена дифференциального уравнения разностным уравнением во внутренних узлах сетки;

ж) замена граничного условия разностным условием в граничных узлах сетки;

з) замена непрерывной области дискретной областью с внутренними и граничными узлами.

4 От чего зависит погрешность замены дифференциальной задачи разностной:
а) только от аппроксимации дифференциального уравнения;
б) только от аппроксимации краевых условий;
в) от замены правых частей краевой задачи сеточной функцией;
г) на всем отрезке $\Omega = \{0 < x < a,\ 0 < y < b\}$ порядок точности равен h^4;
д) имеет порядок $O(h^3)$;
е) погрешностью замены порядка $O(h^2 + l^2)$;
ж) от остаточных членов в формуле Тейлора.

5 Получить разностную схему $L_h u^{(h)} = f^{(h)}$ **задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике** $\Omega = \{0 < x < a,\ 0 < y < b\}$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y), \quad u\Big|_{\partial\Omega} = \varphi(M).$$

Оценить погрешность аппроксимации.

6 Какая из представленных схем является разностной схемой решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области:

а) $u_{ij} = \frac{1}{4}(u_{i-1j} + u_{i+1j} + u_{ij-1} + u_{ij+1} + h^2 f_{ij})$;

б) $u_{ij}^{(k+1)} = \frac{1}{4}(u_{i-1j}^{(k)} + u_{i+1j}^{(k)} + u_{ij-1}^{(k)} + u_{ij+1}^{(k)} + h^2 f_{ij})$;

в) $u_{ij}^{(k+1)} = \frac{1}{4}(u_{i-1j}^{(k+1)} + u_{i+1j}^{(k)} + u_{ij-1}^{(k+1)} + u_{ij+1}^{(k)} + h^2 f_{ij})$;

д) $u_m^{n+1} = \frac{1}{6}\left(u_{m-1}^n + 4u_m^n + u_{m+1}^n\right)$.

ЛИТЕРАТУРА

1 Демидович, Б.П. Численные метода анализа / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. – М.: Наука, 1967. – 368с.

2 Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики / Б.П. Демидович, И.А. Марон. – М.: Наука, 1970. – 664с.

3 Крылов, В.И. Вычислительные методы: в 2 т. Т.1. / В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный. – М.: Наука, 1976. – 304с.

4 Крылов, В.И. Вычислительные методы: в 2 т. Т.2. / В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный. – М.: Наука, 1977. – 400с.

5 Сборник задач по методам вычислений / под ред. П.И. Монастырного. – Мн.: БГУ, 1983. – 287с.

6 Калиткин, Н.Н. Численные методы / Н.Н. Калиткин. – М.: Наука, 1978. – 512с.

7 Воробьева, Г.Н. Практикум по вычислительной математике / Г.Н. Воробьева, А.Н. Данилова. – М.: Высш. школа, 1990. – 208с.

8 Бахвалов, Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков. – М.: Высш. школа, 2000. – 230с.

9 Бахвалов, Н.С. Численные методы : учеб. Пособие для физ.-мат. специальностей вузов / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков; под общ. ред. Н.И. Тихонова. – 2-е изд. – М.: Физмалит: Лаб. базовых данных; СПб.: Нев.диалект, 2002. – 630с.