ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

по «МЕТОДАМ ВЫЧИСЛЕНИЙ»

для студентов **4 курса** заочной формы обучения на 2018/19 уч.год

Тема 1 ЗАДАЧА ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ

1 В чем заключается задача интерполирования?

а) в замене одной непрерывной функции другой непрерывной функцией;

б) в исключении старшей степени в выражении;

в) в замене функции линейной комбинацией независимых функций;

г) в замене функции линейной комбинацией линейно независимых m – кратно дифференцируемых функций.

2 Примерами интерполяционных функций могут быть:

а) $1, x, x^2, x^3, ..., x^n, ...$;

б) $1, \cos x, \sin x, \cos 2x, \sin 2x, ...$;

в) $1, \cos x, \cos 2x, \cos 3x, ...$;

г) $1, \sin x, e^x, \sin 2x, e^{2x}, ...$.

3 Что понимается под интерполяцией и экстраполяцией?

а) восстановление функции в левой точке отрезка $[a,b]$, содержащего узлы интерполирования;

б) восстановление функции за пределами отрезка $[a,b]$, содержащего узлы интерполирования;

в) восстановление функции в левой и правой точке отрезка $[a,b]$, содержащего узлы интерполирования;

г) восстановление функции внутри отрезка $[a,b]$, содержащего узлы интерполирования;

Тема 2 ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ ПОЛИНОМЫ ДЛЯ РАВНООТСТОЯЩИХ УЗЛОВ

1 Интерполяционный полином Лагранжа строится:

а) по линейной функции;

б) по функции, заданной аналитически;

в) по квадратичной функции;

г) по функции, заданной таблично.

2 Оценка погрешности формулы Лагранжа имеет вид:

а) $R(\bar{x}) = \dfrac{f(\bar{x}) - L_n(\bar{x})}{\omega(\bar{x})}$;

б) $R_n(x) = f(x) - L_n(x)$;

в) $f^{(n+1)}(\xi) \approx \dfrac{\Delta^{n+1} y_0}{h^{n+1}}$;

г) $| R_n(x) | \le \dfrac{| f^{(n+1)}(\xi) |}{(n+1)!} \dfrac{(b-a)^{n+1}}{2^{2n+1}}$.

3 Что понимается под конечными разностями?

а) разность между значениями в двух точках интерполирования;

б) разность между значениями в двух средних точках интерполирования;

в) разность между значением функции в точке с приращением аргумента и ее значением в точке;

г) средняя разность между значениями функции, стоящими на четных и нечетных местах в соответствующих точках интерполирования.

4 Основными свойствами конечных разностей являются:

а) $\Delta(u+v) = \Delta u + \Delta v$;

б) $\Delta^m(\Delta^n u) = \Delta^{m+n} u$;

в) $\Delta(cu) = \Delta c + \Delta u$;

г) $\Delta(cu) = \Delta c * \Delta u$.

5 Интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов:

а) $P_n(x) = y_n + \frac{\Delta y_n}{1!h}(x - x_n) + \ldots + \frac{\Delta^n y_n}{n!h^n}(x - x_n)(x - x_{n-1}) \cdot \ldots \cdot (x - x_1)$;

б) $P_2(x) = y_0 + q\Delta y_0 + \frac{q(q-1)}{2!}\Delta^2 y_0$;

в) $\Delta P_n(x) = a_1 h + 2a_2(x - x_0)h + \ldots + na_n(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot \ldots \cdot (x - x_{n-2})h$;

г) $P_n(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{1!h}(x - x_0) + \ldots + \frac{\Delta^n y_0}{n!h^n}(x - x_0)(x - x_1) \cdot \ldots \cdot (x - x_{n-1})$.

Тема 3 ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ ПОЛИНОМЫ ДЛЯ НЕРАВНООТСТОЯЩИХ УЗЛОВ

1 Разделенными (конечными) разностями являются:

а) $f(x_0, x_1) = \frac{f(x_0)}{x_0 - x_1} + \frac{f(x_1)}{x_1 - x_0}$;

б) $f(x_0, x_1) = \frac{\Delta y_0}{1!h}$.;

в) $f(x_k, x_{k+1}) = \frac{f(x_{k+1}) - f(x_k)}{x_{k+1} - x_k}$;

г) $f(x_1) = f(x_0) + (x_1 - x_0) f(x_0, x_1)$

2 Интерполяционные формулы Ньютона для неравноотстоящих узлов:

а)

$$f(x_n) = f(x_0) + (x_n - x_0) f(x_0, x_1) + (x_n - x_0)(x_n - x_1) f(x_0, x_1, x_2) + \ldots. + \\ + (x_n - x_0) \ldots (x_n - x_{n-1}) f(x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n) .;$$

б) $P_n(x) = f(x_0) + f(x_0, x_1)(x - x_0) + f(x_0, x_1, x_2)(x - x_0)(x - x_1) + \ldots +$
$+ f(x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n)(x - x_0)(x - x_1)\ldots(x - x_{n-1})$

в)

$$P_n(x) = f(x_n) + f(x_n, x_{n-1})(x - x_n) + f(x_n, x_{n-1}, x_{n-2})(x - x_n)(x - x_{n-1}) +$$

$$+\ldots+f(x_n,x_{n-1},x_{n-2},\ldots,x_0)(x-x_n)(x-x_{n-1})\ldots(x-x_1)$$

г) $f(x)=P_n(x)+f(x_0,x_1,\ldots,x_n,x)(x-x_0)\ldots(x-x_{n-1})(x-x_n)$.

3 В чем заключается задача обратного интерполирования?

а) По интерполяционной формуле Лагранжа восстановить вид исходной функции;

б) По интерполяционной формуле Ньютона восстановить вид исходной функции;

в) По заданному значению функции найти значения аргумента;

г) По заданному значению функции найти соответствующее значения аргумента;

4 В чем смысл задачи численного дифференцирования?

а) Взять производную и найти ее численное значение в заданной точке;

б) Для равноотстоящих узлов воспользоваться интерполяционной формулой Ньютона;

в) Для неравноотстоящих узлов воспользоваться интерполяционной формулой Ньютона или формулой Лагранжа;

г) Взять производную о непрерывной функции и найти ее численное значение в заданной точке отрезка интерполирования.

Тема 4 ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ

1 Среднеквадратичное отклонение функции – это:

а) $S=\sum\limits_{i=0}^{n}\left(P_m(x_i)-f(x_i)\right)^2$;

б) $\Delta=\sqrt{\dfrac{1}{n+1}\sum\limits_{i=0}^{n}(f(x_i)-P_m(x_i))^2}$;

в) $\Delta=\sqrt{\dfrac{1}{b-a}\int\limits_a^b(f(x)-P_m(x))^2dx}$;

г) $\Delta_m=\max\limits_{x\in[a,b]}\left|f(x)-P_m(x)\right|$.

2 Под квадратичным отклонением понимается:

а) $S^2 = \sum_{i=0}^{n} (f(x_i) - L_n(x_i))^2 = 0$

б) $\Delta_m = \max_{x \in [a,b]} \left| f(x) - P_m(x) \right|$;

в) $\Delta = \sqrt{\frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^{n} (f(x_i) - P_m(x_i))^2}$;

г) $S = \sum_{i=0}^{n} \left(P_m(x_i) - f(x_i)\right)^2$.

3 Среднеквадратичные приближения функций реализуются:

а) Через интерполяционные формулы Ньютона и Лагранжа;

б) Через точечный метод наименьших квадратов;

в) Через интегральный метод наименьших квадратов;

г) Через применение скалярного произведения.

Тема 5 КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ

1 Под квадратурными формулами понимается:

а) Вычисление интегралов от квадратов подынтегральных функций;

б) Приближенное вычисление интегралов;

в) Вычисление квадратурной суммы;

г) Нахождение коэффициентов в общей квадратуре.

2 Квадратурными формулами Ньютона-Котеса являются:

а) $\int_a^b p(x) f(x) dx = \int_a^b p(x) L_n(x) dx + \int_a^b p(x) r(x) dx$

б) $\int_a^b p(x) f(x) dx \approx (b-a) \sum_{k=0}^{n} B_k^n f(x_k)$;

в) $\int_a^b p(x) f(x) dx \approx \sum_{k=1}^{n} A_k f(x_k), \quad A_k = \int_a^b p(x) \frac{\omega(x)}{(x - x_k)\omega'(x_k)} dx$;

г) $\int_a^b f(x) dx \approx (b-a) \sum_{k=0}^{n} B_k^n f(x_k)$.

3 Квадратурная формула трапеций:

а) $\int\limits_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{2}[\, f(a)+ f(b)\,]$.

б) $\int\limits_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{6}[\, f(a)+4\, f(c)+ f(b)\,]$;

в)

$$\int\limits_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{3n}[\, f_0 + f_n + 2(f_2 + f_4 + \ldots + f_{n-2}) + 4(f_1 + f_3 + \ldots + f_{n-1})] + R(f) ,$$

г) $\int\limits_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}[\frac{1}{2} f_0 + f_1 + f_2 + \ldots + f_{n-1} + \frac{1}{2} f_n\,] + R$.

4 Квадратурная формула Симпсона

а) $\int\limits_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}[\frac{1}{2} f_0 + f_1 + f_2 + \ldots + f_{n-1} + \frac{1}{2} f_n\,] + R$

б)

$$\int\limits_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{3n}[\, f_0 + f_n + 2(f_2 + f_4 + \ldots + f_{n-2}) + 4(f_1 + f_3 + \ldots + f_{n-1})] + R(f) ,$$

в)

$$F(x) = \int\limits_c^d f(x, y)dx = \frac{d-c}{6}\left[f(x, c) + 4 f(x, \frac{c+d}{2}) + f(x, d)\right] + R_y(f(x, y))$$

г) $\int\limits_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{6}[\, f(a)+4\, f(c)+ f(b)\,]$.

5 Формулы погрешности для рассмотренных квадратурных формул:

а) $R(f) = -\frac{(b-a)^5}{180n^4} f^{(4)}(\xi), \quad a \le \xi \le b$;

б) $R(f) = \int\limits_a^b r(x)dx$;

в) $R(f) = \frac{1}{24}\int\limits_a^b (x-a)(x-c)^2 (x-b) f^{(4)}(\xi)dx$;

г) $R = -\frac{(b-a)^3}{12n^2} f''(\xi), \quad \xi \in [a,b]$
.

6 Какая из приведенных квадратурных формул является более точной?

а) $R_y(f(x,y)) = -\frac{(d-c)^5}{16 \cdot 180} \frac{\partial^4 f(x,\xi)}{\partial y^4}$
;

б) $R(f) = -\frac{(b-a)^5}{180n^4} f^{(4)}(\xi), \quad a \le \xi \le b$
;

в) $R = -\frac{(b-a)^3}{12n^2} f''(\xi), \quad \xi \in [a,b]$
;

г) $R[f] = \frac{I_{n_2} - I_{n_1}}{n_2^m - n_1^m} n_1^m$.

Тема 6 КУБАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ

1 Кубатурные формулы – это:

а) Формулы для вычисления объемов геометрических тел;
б) Формулы взятия интеграла от кубической функции;
в) Формулы вычисления двойного интеграла;
г) Формулы вычисления кратных интегралов.

2 Кубатурными формулами являются:

а) $J = \int_a^b \int_c^d f(x,y)dxdy$.

б)

$$J = \int_a^b F(x)dx = \frac{(b-a)(d-c)}{36}[f(a,c) + 4f(a, \frac{c+d}{2}) + f(a,d) + 4f(\frac{a+b}{2}, c) +$$

$$+16f(\frac{a+b}{2}, \frac{c+d}{2}) + 4f(\frac{a+b}{2}, d) + f(b,c) + 4f(b, \frac{c+d}{2}) + f(b,d)] -$$

$$-\frac{(b-a)(d-c)}{2^5\cdot 90}\cdot[(b-a)^4\frac{\partial^4 f(\xi,\eta)}{\partial x^4}+(d-c)^4\frac{\partial^4 f(\xi_1,\eta_1)}{\partial y^4}+$$

$$+\frac{(b-a)^4(d-c)^4}{2^5\cdot 90}\frac{\partial^8 f(\xi_2,\eta_2)}{\partial x^4\partial y^4}],\quad (a<\xi_i<b,\ c<\eta_i<d)\ .$$

в) $\int\limits_a^b\int\limits_c^d f(x,y)dxdy=$

$$=\frac{(b-a)(d-c)}{4}[\ f(x_0,y_0)+f(x_0,y_1)+f(x_1,y_0)+f(x_1,y_1)]\ .$$

г) $\int\limits_a^b\int\limits_c^d f(x,y)dxdy=\sum\limits_{i=0}^{n}\sum\limits_{j=0}^{m}c_{ij}f(x_i,y_j)+\overline{R}(f(x,y))$

3 Возможно ли использование следующих формул для уточнения интегралов и в чем их смысл:

а) Формулу Гаусса;

б) Формулу Ромберга;

в) Фомулу Эйлера;

г) Формулу Ричардсона.

Тема 7 ОТДЕЛЕНИЕ КОРНЕЙ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

1 Отделения корней уравнения – это:

а) Отыскать окрестность, в которой корни уравнения есть;

б) Разбить всю область допустимых значений на отрезки, в которых корень уравнения есть;

в) Построить графики функций и найти отрезки, содержащие корни;

г) Аналитически корень уравнения можно определить, используя некоторые свойства функции, изучаемы в курсе математического анализа

2 С помощью правил Декарта и Штурма можно:

а) Определить отрезок, которому принадлежит корень;

б) Правило Декарта позволяет определить количество корней уравнения;

в) Правило Штурма позволяет определить количество корней уравнения;

г) Определить число действительных корней уравнения.

Тема 8 УТОЧНЕНИЕ КОРНЕЙ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

1 Метод итераций для функции $f(x)=0$ имеет вид:

а) $x=\varphi(x)$;

б) $x_{k+1}=\varphi(x_k),\quad k=0,1,2,...$

в) $f(x^{(k)})=0$

г) $x=x-\lambda f\left(x\right)$.

2 Формулами методов хорд и Ньютона являются:

а) $x=x-\dfrac{f(x)(x-c)}{f(x)-f(c)}=\varphi(x)$;

б) $x_{n+1}=x_n-\dfrac{f(x_n)(x_n-c)}{f(x_n)-f(c)}$;

в) $x_{n+1}=x_n-\dfrac{f(x_n)}{f'(x_0)},\quad n=0,1,2,...$;

г) $x_{n+1}=x_n-\dfrac{f(x_n)}{f'(x_n)},\quad n=0,1,2,...$.

3 Какие вычисления в комбинированном методе верные?

а) Если $f(a)\,f''(a)>0$, то $x_0=a-\dfrac{f(a)}{f'(a)},\quad x_1=\dfrac{af(b)-bf(a)}{f(b)-f(a)}$;

б) Если $f(a)\,f''(a)>0$, то $x_0=b-\dfrac{f(b)}{f'(b)},\quad x_1=\dfrac{af(b)-bf(a)}{f(b)-f(a)}$

в) Если $f(b)\,f''(b)>0$, то $x_0=a-\dfrac{f(a)}{f'(a)},\quad x_1=\dfrac{af(b)-bf(a)}{f(b)-f(a)}$;

г) Если $f(b)\,f''(b)>0$, то $x_0=b-\dfrac{f(b)}{f'(b)},\quad x_1=\dfrac{af(b)-bf(a)}{f(b)-f(a)}$.

4 Какие из следующих утверждение являются верными:

а) Число положительных корней исходного уравнения с учетом их кратностей равно числу перемен знаков в последовательности коэффициентов $a_0, a_1, ..., a_n$ (причем равные нулю коэффициенты не учитываются) или меньше этого числа на четное число.;

б) Процесс итераций сходится, если $\varphi'(x)<1$;

в) Погрешность в методе Ньютона можно вычислить по формуле $|\xi-x|\le\dfrac{|f(x_n)|}{m_1}$.;

г) Метод секущих называют еще методом линейной интерполяции и погрешность вычисляют по формуле: $|\xi-x_n|\le\dfrac{M_1-m_1}{m_1}|x_n-x_{n-1}|$.

Тема 9 ОБРАТНОЕ ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ И ДИФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

1 В чем заключается задача обратного интерполирования?

а) в замене одной непрерывной функции другой непрерывной функцией;

б) в исключении старшей степени в выражении;

в) в замене функции линейной комбинацией независимых функций;

г) в отыскании значения аргумента по заданному значению функции;

е) в замене функции линейной комбинацией линейно независимых m – кратно дифференцируемых функций.

2 Задача обратного интерполирования может решаться:

а) Путем замены аргумента и функции в интерполяционных формулах;

б) для не монотонной функции для равноотстоящих узлов по формуле Ньютона;

в) для не монотонной функции для равноотстоящих узлов используя метод последовательных приближений;

г) В случае неравноотстоящих узлов значение аргумента можно определить по формуле Лагранжа для обратной функции.

3 В чем заключается смысл задачи численного дифференцирования?

а) восстановление функции на отрезке $[a,b]$, содержащего узлы интерполирования, используя вид ее производной;

б) восстановление функции за пределами отрезка $[a,b]$, содержащего узлы интерполирования, используя вид ее производной;

в) Получение явных формул для численного вычисления производных;

г) Построение интерполяционного многочлена $P_n(x)$ для функции $f(x)$ степени n.

4 На чем основаны формулы численного дифференцирования?

а) на первой интерполяционной формуле Ньютона;

б) на второй интерполяционной формуле Ньютона;

в) на интерполяционной формуле Лагранжа;

г) на формулах обратного интерполирования.

ЛИТЕРАТУРА

1 Березин, И.С. Методы вычислений: в 2 т. Т.1. / И.С.Березин, Н.П.Жидков. – М.: Наука, 1966. – 630с.

2 Демидович, Б.П. Численные метода анализа / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. – М.: Наука, 1967. – 368с.

3 Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики / Б.П. Демидович, И.А. Марон. – М.: Наука, 1970. – 664с.

4 Крылов, В.И. Вычислительные методы: в 2 т. Т.1. / В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный. – М.: Наука, 1976. – 304с.

5 Крылов, В.И. Вычислительные методы: в 2 т. Т.2. / В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный. – М.: Наука, 1977. – 400с.

6 Сборник задач по методам вычислений / под ред. П.И. Монастырного. – Мн.: БГУ, 1983. – 287с.

7 Калиткин, Н.Н. Численные методы / Н.Н. Калиткин. – М.: Наука, 1978. – 512с.

8 Воробьева, Г.Н. Практикум по вычислительной математике / Г.Н. Воробьева, А.Н. Данилова. – М.: Высш. школа, 1990. – 208с.

9 Бахвалов, Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков. – М.: Высш. школа, 2000. – 230с.

10 Бахвалов, Н.С. Численные методы : учеб. Пособие для физ.-мат. специальностей вузов / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков; под общ. ред. Н.И. Тихонова. – 2-е изд. – М.: Физмалит: Лаб. базовых данных; СПб.: Нев.диалект, 2002. – 630с.

11 Численные методы: лабораторный практикум. Ч.1 / С.И. Голик [и др.]. М-во образования РБ, Гомельский гос. ун-т им. Ф.Скорины. – Гомель: ГГУ им. Ф.Скорины, 2001. – 60с.

12 Березовская, Е.М. Методы численного анализа : тексты лекций для студентов вузов специальности 1-31 03 06 «Экономическая кибернетика»: в 2 ч. Ч.1. Интерполяция и интегрирование / Е.М. Березовская; М-во образования РБ, Гомельский гос. ун-т им. Ф. Скорины. – Гомель: ГГУ им. Ф.Скорины, 2007. – 131с.

13 Березовская, Е.М. Методы вычислений : тексты лекций для студентов вузов специальности 1-31 03 01-02 «Математика (научно-педагогическая деятельность)»: в 2 ч. Ч.1. Интерполирование и нелинейные уравнения / Е. М. Березовская, М. И. Жадан; М-во образования РБ, Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины. – Гомель: ГГУ им. Ф.Скорины, 2010. – 80с.