Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

«Гомельский государственный университет

имени Франциска Скорины»

Н. М. КУРНОСЕНКО, И. В. ПАРУКЕВИЧ, В. В. ПОДГОРНАЯ

МАТРИЧНЫЙ АНАЛИЗ: ОБЩАЯ ТЕОРИЯ МАТРИЦ

Практическое руководство к лабораторным работам

для студентов математического факультета

специальностей 1-31 03 03 Прикладная математика и

1-31 03 06 Экономическая кибернетика

Гомель 2014

УДК

ББК

М

Рецензенты:

А. Д. Суворова, доцент, кандидат физико-математических наук;

В. М. Селькин, доцент, доктор физико-математических наук.

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Курносенко Н. М., Парукевич И. В., Подгорная В. В.

М Матричный анализ: Общая теория матриц: практическое руководство к лабораторным работам

для студентов математического факультета специальностей 1-31 03 03 Прикладная математика и 1-31 03 06 Экономическая кибернетика / Н. М. Курносенко, И. В. Парукевич; М-во образования РБ, Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2009. 48 с.

Пособие подготовлено в соответствии с программой курса «Матричный анализ » для студентов специальности специальностей 1-31 03 03 Прикладная математика и 1-31 03 06 Экономическая кибернетика. Оно содержит решения типовых примеров и задания лабораторных работ.

УДК

ББК

Содержание

Введение

Пособие составлено на основе курса лекций по матричному анализу, который читается для студентов специальностей «Прикладная математика» и «Экономическая кибернетика» математического факультета. Весь материал разбит на несколько разделов, согласно учебной программе по дисциплине «Матричный анализ». Каждый раздел содержит справочный материал по теме, задания для аудиторной и домашней работы, а также примеры решений типовых задач. Пособие может быть использовано преподавателем для проведения практических занятий, а студентами для выполнения домашних заданий, что позволит успешно подготовиться к экзамену по матричному анализу.

При подборе задач авторами использованы «Задачи по матричному анализу» А. К. Деменчук, Г. П. Размыслович, В. М. Ширяев (Минск, БГУ, 2004), «Сборник задач по линейной алгебре» И. В. Проскуряков (Москва, Наука, 1984), и другие. Поэтому многие задачи пособия не претендуют на оригинальность, хотя среди них есть целый ряд новых.

1 Линейные преобразования

Задания для аудиторной работы

1 Пространство V образовано многочленами от λ степени не выше *n*.

Показать, что многочлены $1, \lambda-1, (\lambda-1)^2, ..., (\lambda-1)^n$ образуют базис пространства V. Найти в этом базисе координаты многочленов $2-3\lambda+\lambda^2$, λ^n.

2 Какую матрицу имеет нулевое и единичное преобразование пространства V?

3 Как изменится матрица линейного преобразования A, если в координатной системе $e_1, ..., e_n$ переставить какие-нибудь два вектора?

4 Пусть V пространство всех координатных матриц второго порядка. Показать, что преобразование A, состоящее в умножении всех матриц из V справа на матрицу $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ будет линейным. Найти матрицу преобразования, если

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \; e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \; e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \; e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

5 Составить характеристическое уравнение для матрицы A:

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}; \qquad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

6 Найти спектр линейного преобразования A, если

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}; \qquad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 \\ 1 & -4 & 9 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

Является ли он простым?

7 Являются ли подобными матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \; и \; B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -3 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}?$$

8 Найти жорданову нормальную форму матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 3 & -1 \\ -1 & -3 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

а) в поле рациональных чисел;
б) в поле действительных чисел;
в) в поле комплексных чисел.

9 Используя жорданову нормальную форму матрицы, узнать какие из следующих матриц являются подобными и какие из них подобны диагональной матрице?

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ -4 & -2 & 6 \\ -1 & -1 & 5 \end{pmatrix};\ B = \begin{pmatrix} 42 & 130 & 25 \\ -8 & -24 & -5 \\ -23 & -73 & 4 \end{pmatrix};\ C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 7 & 4 & -22 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix};$$

$$D = \begin{pmatrix} 8 & -12 & 16 \\ -8 & 18 & -22 \\ -11 & 22 & -27 \end{pmatrix};\ F = \begin{pmatrix} 20 & -89 & -32 \\ 11 & -51 & 20 \\ 20 & -95 & -36 \end{pmatrix};\ M = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задания для домашней работы

1 Показать, что матрицы $A^T A$ и AA^T имеют одно и тоже множество ненулевых собственных значений, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

2 Найти спектр линейного преобразования A, если

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \qquad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Является ли он простым?

3 Являются ли подобными матрицы

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -1 & 5 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ и } B=\begin{pmatrix} 7 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}?$$

4 Показать, что матрица A подобна своей обратной, если

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -4 & -3 \\ 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

5 Для трёх матриц A, B, C показать, что существует общий собственный вектор, если

$$A=\begin{pmatrix} 0 & -5 & -10 \\ 0 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix} 1 & -5 & -15 \\ 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 8 \end{pmatrix}.$$

6 Доказать, что собственными значениями диагональной матрицы являются её диагональные элементы.

7 Найти жорданову нормальную форму матрицы

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & -1 & 4 & 1 \\ -1 & -4 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

а) в поле рациональных чисел;

б) в поле действительных чисел;

в) в поле комплексных чисел

2 Псевдообратная матрица

Задания для аудиторной работы

1 Найти псевдообратную матрицу A^+ для следующих матриц:

а) $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & -3 & -3 \end{pmatrix}$; б) $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & -4 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$; в) $A=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 5 & 4 & -2 \end{pmatrix}$.

2 Найти скелетное разложение матрицы A:

$$A=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 8 \end{pmatrix}.$$

3 Найти нормальное псевдорешение системы линейных уравнений и длину его невязки:

а) $\begin{cases} x_1+x_2=3 \\ -2x_1-2x_2=4 \end{cases}$; б) $\begin{cases} x_1-x_2+x_3=1 \\ -x_2+2x_3=4 \\ 2x_1-x_2+4x_3=1 \end{cases}$; в) $\begin{cases} x_1+2x_2=1 \\ 2x_1+4x_2=2 \\ 3x_1+6x_2=3 \\ x_1+2x_2=0 \end{cases}$.

Задания для домашней работы

1 Найти псевдообратную матрицу A^+ для следующих матриц:

а) $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & -2 \\ 3 & -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$; б) $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -4 & -6 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; в) $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$.

2 Найти скелетное разложение матрицы A:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 6 & 3 \\ 5 & -6 & -1 & 7 \\ 1 & 6 & 10 & 2 \end{pmatrix}.$$

3 Найти нормальное псевдорешение системы линейных уравнений и длину его невязки:

а) $\begin{cases} x_1-x_2=1 \\ -3x_1+3x_2=2 \end{cases}$; б) $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3=1 \\ x_2+2x_3=1 \\ x_1-5x_3=3 \end{cases}$; в) $\begin{cases} x_1+x_2=1 \\ 2x_1+x_2=3 \\ -2x_1-2x_2=0 \end{cases}$.

3 Канонические формы матриц

Задания для аудиторной работы

1 Привести элементарными преобразованиями к канонической диагональной форме матрицы:

а) $\begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda+5 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} \lambda^2-1 & \lambda+1 \\ \lambda+1 & \lambda^2+2\lambda+1 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} \lambda+1 & \lambda^2+1 & \lambda^2 \\ 3\lambda-1 & 3\lambda^2-1 & \lambda^2+2\lambda \\ \lambda-1 & \lambda^2-1 & \lambda^2 \end{pmatrix}$; д) $\begin{pmatrix} 1-\lambda & \lambda^2 & \lambda \\ \lambda & \lambda & -\lambda \\ \lambda+1 & \lambda^2 & -\lambda^2 \end{pmatrix}$.

2 Пользуясь наибольшими общими делителями миноров, найти каноническую диагональную форму матриц:

а) $\begin{pmatrix} \lambda(\lambda-1) & 0 & 0 \\ 0 & \lambda(\lambda-2) & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda-1)(\lambda-2) \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 2\lambda^2-12\lambda+16 & 2-\lambda & 2\lambda^2-12\lambda+17 \\ 0 & 3-\lambda & 0 \\ \lambda^2-6\lambda+7 & 2-\lambda & \lambda^2-6\lambda+8 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 1 \\ 5 & 4 & 3 & \lambda+2 \end{pmatrix}$.

3 Являются ли эквивалентными матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 3\lambda+1 & \lambda & 4\lambda-1 \\ 1-\lambda^2 & \lambda-1 & \lambda-\lambda^2 \\ \lambda^2+\lambda-2 & \lambda & \lambda^2+2\lambda \end{pmatrix} \text{ è } B = \begin{pmatrix} \lambda+1 & \lambda-2 & \lambda^2-2\lambda \\ 2\lambda & 2\lambda-3 & \lambda^2-2\lambda \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}?$$

Задания для домашней работы

1 Привести элементарными преобразованиями к канонической диагональной форме матрицы:

а) $\begin{pmatrix} \lambda^2-1 & 0 \\ 0 & (\lambda-1)^3 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} \lambda^2 & \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2 \\ \lambda^2-\lambda & 3\lambda^2-\lambda & \lambda^3+4\lambda^2-3\lambda \\ \lambda^2+\lambda & \lambda^2+\lambda & 3\lambda^2+3\lambda \end{pmatrix}$;

в)

$$\begin{pmatrix} (\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda-1)(\lambda-3)(\lambda-4) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\lambda-2)(\lambda-3)(\lambda-4) \end{pmatrix};$$

г) $\begin{pmatrix} \lambda^2-\lambda & 2\lambda^2 \\ \lambda^2+5\lambda & 3\lambda \end{pmatrix}$.

2 Пользуясь наибольшими общими делителями миноров, найти каноническую диагональную форму матриц:

а) $\begin{pmatrix} \lambda(\lambda+1) & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda+1)^2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} \lambda(\lambda-1) & 0 & 0 \\ 0 & \lambda(\lambda-2) & 0 \\ 0 & 0 & \lambda(\lambda-3) \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} \lambda & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & \lambda+5 \end{pmatrix}$; д) $\begin{pmatrix} \lambda & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & \lambda & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda \end{pmatrix}$.

3 Являются ли эквивалентными матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} \lambda^2+\lambda+1 & 3\lambda-\lambda^2 & 2\lambda^2+\lambda & \lambda^2 \\ \lambda^2+\lambda & 3\lambda-\lambda^2 & 2\lambda^2+\lambda & \lambda^2 \\ \lambda^2-\lambda & 2\lambda-\lambda^2 & 2\lambda^2+\lambda & \lambda^2 \\ \lambda^2 & -\lambda^2 & 2\lambda^2 & \lambda^2 \end{pmatrix} \text{ è } B = \begin{pmatrix} 3 & \lambda^2+1 & 3\lambda^2 & \lambda^2 \\ 2 & \lambda^2+1 & 3\lambda^2 & \lambda^2 \\ 0 & \lambda^2 & 3\lambda^2 & \lambda^2 \\ \lambda^2 & -\lambda^2 & 3\lambda^2 & \lambda^2 \end{pmatrix}?$$

3.2 Матричные многочлены

Задания для аудиторной работы

1 Представить $A(\lambda)$ в виде матричного многочлена. Является ли он регулярным?

$$A(\lambda)=\begin{pmatrix} \lambda^3+2\lambda^2+5 & \lambda^2-1 \\ -\lambda^4+2\lambda-3 & 3 \end{pmatrix}.$$

2 Доказать подобие матриц A и B, используя основную теорему о подобии матриц. Найти такую невырожденную матрицу R, что $B=R^{-1}AR$.

$$A=\frac{1}{25}\begin{pmatrix} 18 & 24 & 20 \\ 24 & 32 & -15 \\ -20 & 15 & 0 \end{pmatrix},\ B=\frac{1}{9}\begin{pmatrix} 8 & -2 & -11 \\ 10 & 2 & 2 \\ -5 & -10 & 8 \end{pmatrix}.$$

3 Матрицу A разделить на матрицу B справа.

$$A=\begin{pmatrix} -2\lambda^2+5\lambda+3 & -\lambda^2+3\lambda+2 & -\lambda+6 \\ -3\lambda^2+7\lambda+11 & -3\lambda^2+9\lambda+1 & -2\lambda+8 \\ -\lambda^2+2\lambda+8 & -2\lambda^2+5\lambda+3 & -\lambda+4 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задания для домашней работы

1 Представить $A(\lambda)$ в виде матричного многочлена. Является ли он регулярным?

$$A(\lambda)=\begin{pmatrix} \lambda^5 & -\lambda^3 & 3\lambda \\ \lambda^3 & 0 & 3 \\ 5\lambda^5 & 1 & \lambda \end{pmatrix}.$$

2 Доказать подобие матриц A и B, используя основную теорему о подобии матриц. Найти такую невырожденную матрицу R, что $B=R^{-1}AR$.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

3 Матрицу A разделить на матрицу B слева.

$$A=\begin{pmatrix} -2\lambda^2+5\lambda+3 & -\lambda^2+3\lambda+2 & -\lambda+6 \\ -3\lambda^2+7\lambda+11 & -3\lambda^2+9\lambda+1 & -2\lambda+8 \\ -\lambda^2+2\lambda+8 & -2\lambda^2+5\lambda+3 & -\lambda+4 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

3.3 Жорданова и фробениусова нормальные формы

Задания для аудиторной работы

1 Найти жорданову нормальную форму матрицы, если даны инвариантные множители её характеристической матрицы.

а) $e_1(\lambda)=e_2(\lambda)=1,\ e_3(\lambda)=e_4(\lambda)=\lambda-1,\ e_5(\lambda)=e_6(\lambda)=(\lambda-1)(\lambda+2);$

б) $\begin{cases} e_1(\lambda)=e_2(\lambda)=e_3(\lambda)=1,\ e_4(\lambda)=\lambda+1, \\ e_5(\lambda)=(\lambda+1)^2,\ e_6(\lambda)=(\lambda+1)^2(\lambda-5). \end{cases}$

2 Найти жорданову нормальную форму следующих матриц (порядок матриц в пунктах в) и г) равен n):

а) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 4 & 6 & -15 \\ 1 & 3 & -5 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & n \end{pmatrix}$.

В пунктах а) и б) найти матрицу перехода к жордановой нормальной форме.

Задания для домашней работы

1 Найти жорданову нормальную форму матрицы, если даны инвариантные множители её характеристической матрицы.

а) $e_1(\lambda)=\lambda+4,\ e_2(\lambda)=(\lambda+4)(\lambda+3);$

б) $e_1(\lambda)=1,\ e_2(\lambda)=\lambda-2,\ e_3(\lambda)=(\lambda-2)(\lambda-3),\ e_4(\lambda)=(\lambda-2)(\lambda-3)^2.$

2 Найти жорданову нормальную форму следующих матриц (порядок матриц в пунктах в) и г) равен n):

а) $\begin{pmatrix} -3 & -1 & 3 \\ 22 & 9 & -27 \\ 5 & 2 & -6 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 & 2 \\ 4 & -5 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & \ldots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 1 & 1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 1 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \ldots & n \\ 0 & 1 & 2 & 3 & \ldots & n-1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & \ldots & n-2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \end{pmatrix}$.

В пунктах а) и б) найти матрицу перехода к жордановой нормальной форме.

Задания для итогового контроля знаний

(Во всех заданиях** k **– номер варианта).

1 Выяснить, приводится ли матрица A к диагональному виду. В случае утвердительного ответа, найти матрицу, приводящую A к диагональному виду.

$$A = \begin{pmatrix} k & 0 & k+1 \\ 0 & k+1 & 0 \\ 0 & k+2 & k+3 \end{pmatrix}.$$

2 Привести к канонической диагональной форме матрицу $A(\lambda)$ двумя способами:

а) с помощью элементарных преобразований;

б) с помощью инвариантных множителей.

$$A(\lambda) = \begin{pmatrix} k\lambda & 0 & 1 \\ \lambda + k & 2\lambda & -\lambda \\ \lambda^2 & \lambda^2 & 0 \end{pmatrix}.$$

3 Найти жорданову нормальную форму матрицы и найти матрицу, приводящую её к этому виду:

$$\begin{pmatrix} k & 0 & k+1 \\ 0 & k+1 & 0 \\ 0 & k+2 & k+1 \end{pmatrix}.$$

Учебное издание

Курносенко Николай Михайлович

Парукевич Ирина Викторовна

Подгорная Виктория Валерьевна

МАТРИЧНЫЙ АНАЛИЗ: ОБЩАЯ ТЕОРИЯ МАТРИЦ

МАТРИЧНЫЙ АНАЛИЗ: ОБЩАЯ ТЕОРИЯ МАТРИЦ

Практическое руководство к лабораторным работам

для студентов математического факультета

специальностей 1-31 03 03 Прикладная математика и

1-31 03 06 Экономическая кибернетика

В авторской редакции

Подписано в печать . .09 (141). Формат 60x84 1/16. Бумага писчая № 1.

Гарнитура Таймс. Усл. печ. л. .

Уч.-изд. .л . Тираж 100 экз.

Отпечатано в учреждении образования

«Гомельский государственный университет

имени Франциска Скорины»

246019, г. Гомель, ул. Советская, 104